

A Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék által tartott sávos tárgyak matematikus szakon

AKTUÁRIUS ÉS PÉNZÜGYI MATEMATIKA SZAKIRÁNY (máshol nem szereplő)

MMMN5AP1 Biztosítástan (heti 2 óra, 2 kredit)

A biztosítás fogalma. Biztosítási intézmények. Biztosítási típusok. A biztosítási szerződés elemei. A biztosítási viszony fázisai. A biztosítási intézmények felépítése és működése.

Üzletszerzés, jutalékok. Kockázatmegosztás. Költségek. A biztosítástechnikai nyereség és annak felosztása.

Üzleti kimutatások. Tartalékok, szolvencia. Termékfejlesztés. A biztosítás felügyelete.

Biztosítói ágazatspecifikus információs igények. A biztosító intézetek információs rendszerei.

A biztosítás közgazdasági értelmezése.

Ajánlott irodalom:

Asztalos László: Biztosítási alapismeretek. jegyzet. ÁBIF, Budapest, 1995.

MMMN5AP2 Biztosítási tartalék és szolvencia (heti 2 óra, 2 kredit)

Tartalékok, Szavatoló tőke, Viszontbiztosítás, Egyéb biztonszágot szolgáló lehetőségek A tartalék és a szavatoló tőke általános definíciója, célja, szerepe a biztosításban. Az eszközök értékelési módszerei. Az eszközök és kötelezettségek modellezésének, valamint összehangolásának elvei. A nyereség és forrásai. Beágyazott érték (EV) számítások; A szavatoló tőke (szolvencia).

Aktuárius jelentések. A biztosító egészének értékelése.

Ajánlott irodalom:

N.L. Bowers Jr., H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, C.J. Nesbitt, Actuarial mathematics, Second Edition, The Society of Actuaries, Schaumburg, 1997.

BIZTOSÍTÁSMATEMATIKA FÉLSÁV

MMMN5BM1 Életbiztosítás (heti 2 óra, 2 kredit)

Halandósági táblák. A díjkalkuláció alapelvei. A legfontosabb életbiztosítási módozatok: halálozási, elérési, vegyes és járadék biztosítások. Nettó és bruttó díjak számítása, évi és havi fizetéssel. A díjtartalék számítása (prospektív és retrospektív díjtartalék; nettó, bruttó és Zilmer-tartalék; rekurziós formulák). Visszavásárlás, díjmentesítés. Kétszemélyes életbiztosítások. Baleseti és rokkantsági kiegészítő biztosítások.

Ajánlott irodalom:

Banyár J. – Popper K.: Az életbiztosítás. Aula, 2003.

Krekó Béla: Életbiztosítás I., Aula, 1994.

Szabó L. I.–Viharos L.: Az életbiztosítás alapjai. Polygon, Szeged, 2001.

MMMN5BM2 A díjkalkuláció elemei (heti 2 óra, 2 kredit)

A legfontosabb nem-élet biztosítások: vagyon, felelősség (felelősségi járadék), baleset, egészség. Kártérítési rendszerek.

Az egyéni kockázat modellje.

Nevezetes kárszámeloszlások (binomiális, Poisson, Pareto, negatív binomiális, kevert és összetett Poisson, $(a,b,0)$ eloszlás).

A kárnagyság eloszlása (exponenciális, lognormális, gamma, Pareto eloszlás).

Díjkalkulációs elvek: Várható érték elv, szórásnégyzet elv, szórás elv, szemiinvariáns elv, hasznossági függvény (zéró hasznosság elve), svájci elv, veszteségfüggvények használata. A díjkalkulációs elvek tulajdonságai.

Credibility elmélet és a tapasztalati díjszámítás.

Bónusz rendszerek: kármentességi díjvisszatérítések és engedmények, bónusz-málusz. A bónuszrendszerek

jellemzői. Nyereségrészesedés.

Adatgyűjtés díjkalkulációhoz. A tapasztalatok figyelemmel kísérése és figyelembe vétele; dinamikus díjszámítás és értékelés a tapasztalatok alapján. Értékkövetési módszerek.

Ajánlott irodalom:

Arató Miklós: Nem-élet biztosítási matematika. Egyetemi tankönyv. Eötvös Kiadó, Budapest, 2001.

MMM5BM3 Kockázati folyamatok (heti 2 óra, 2 kredit)

Kárfolyamat, teljes kárfolyamat. Speciális esetek: összetett Poisson-folyamat, Markov-folyamat, felújítási folyamat. A kárfolyamat eloszlásának közelítő meghatározása.

Tönkremenés-elmélet. A tönkremenés valószínűsége összetett Poisson-folyamat esetén (véges, illetve végtelen időhorizontra). Lundberg-tétel (Cramer-Lundberg-féle közelítés), autoregressziós folyamat esetén (C-L-közelítés stabil autoregressziós polinom esetén), általános független növekményű folyamatok esetén.

A tönkremenés valószínűsége felújítási folyamatok esetén.

Ajánlott irodalom:

Michaletzky György: Kockázati folyamatok. ELTE Eötvös Kiadó, egyetemi jegyzet, 2001

P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch: Modelling extremal events. Springer, 1999.

H. U. Gerber: An introduction to mathematical risk theory. S.S.Heubner Found. Philadelphia, 1979.

H. H. Panjer, G. E. Willmot: Insurance Risk Models. Society of Actuaries, 1992.

MMM5BM4 A viszontbiztosítás matematikai alapjai (heti 2 óra, 2 kredit)

Viszontbiztosítás fogalma, csoportosítási szempontok. Az életág viszontbiztosításnak specialitásai. Optimalitási tételek. Lineáris értékelés Neumann-Morgenstern tétel. Reciprok viszontbiztosítás, Pareto optimum, Borch tétel. Pareto típusú eloszlások, határeloszlás tételek. Poisson folyamat, születési folyamatok. Pólya folyamat. Legnagyobb károk eloszlása. A viszontbiztosítói kárrész Laplace transzformáltja a legnagyobb kár és ECOMOR formák esetében.

Ajánlott irodalom:

E. Straub: Non Life Insurance Mathematics.

Hans U. Gerber: An Introduction to Mathematical Risk Theory

J. L. Teugels: Selected Topics in Insurance Mathematics

INFORMÁCIÓELMÉLET FÉLSÁV

MMM5IE1 Bevezetés az információelméletbe (heti 2 óra, 2 kredit)

Forráskódolás változó hosszúságú és blokk-kódokkal. Entrópia és formális tulajdonságai. I-divergencia és formális tulajdonságai. Típusok és tipikus sorozatok. A zajos csatorna fogalma, csatornakódolási tételek. Rate-distortion elmélet. Csatornakapacitás és kiszámítási módjai. Forrás- és csatornakódolás lineáris kódokkal. Több felhasználós hírközlő rendszerek: korrelált források egyedi kódolása, több bemenetű csatornák.

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Körner: Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems. Akadémiai Kiadó, 1981.

Cover – Thomas: Elements of Information Theory. Wiley, 1991.

MMM5IE2 Adattömörítés (heti 2 óra, 2 kredit)

Tömörítési modellek. A veszteségmentes tömörítés korlátai (Kraft-Fano egyenlőtlenség, entrópia).

Gyakorlati veszteségmentes adattömörítő eljárások és a hatékonyságuk becslése (Shannon, Gilbert-Moore, Huffman kód, blokk kódok, aritmetikai kód). Vizsgálatok a Huffman kódok témakörében (élesebb korlát, hossz-korlátozott Huffman kódok).

Az írott szöveg tömörítésének korlátai. LZ77, LZ78, LZW, LZSS kódolások és gyakorlati megvalósításaik (GZIP, PKZIP, Compress, GIF,...). Markov forrás tömöríthetősége, az egy- és kétdimenziós futamhossz

tömörítések: RLE, a FAX tömörítés elve.

A veszteséges tömörítések módszerei: a pszicho-vizuális- és pszicho-akusztikus tömörítések alapelvei, képtömörítések (JPEG, farktál tömörítés,...), videó-tömörítési szabványok, Shannon mintavételi tétele, kvantálás, modulációk, a hang-és beszédtömörítés elvi alapjai, minőségi kiértékelési módszerek.

Ajánlott irodalom:

Györfi L.- Györi S.- Vajda I.: Információ és kódelmélet;

D. Salomon: Data Compression

MMMN5IE3 Kriptográfia (heti 2 óra, 2 kredit)

A kriptográfia helye az adatvédelemben: jogi környezet, veszélyek csoportosítása, programozott fenyegetések: vírusok, rejtett csatornák,... A szteganográfia-kriptográfia alapfogalmak.

Kriptográfiai primitívek: algoritmusok és a biztonság garanciális /bizonyítási/ módszerei. A kriptográfia története, történelmi hibák és kihasználásuk. Információelméleti biztonság. Szimmetrikus (titkos) kulcsú rendszerek. Pszeudo-véletlen sorozatok kriptográfiai követelményei. Stream ciphers: lineáris visszacsatolású shift-regisztereken alapuló titkosítás, a lineáris kriptó-analízis alapjai. Block ciphers: LUCIFER, DES, Advanced Encryption Standard, differenciál kriptó-analízis. Aszimmetrikus (nyilvános) kulcsú (PKI) rendszerek, egyirányú függvények, klasszikus matematikai problémákon alapuló algoritmusok, kulcsegyeztetők, PKI kódolók (RSA, ECC), hash függvények. Kriptográfiai protokollok (blind signature, secret sharing, ...) Faktorizációs módszerek, protokollhibák.

Gyakorlatban alkalmazott kriptográfiai rendszerek és biztonságuk: GSM, WLAN, BlueTooth, Skype, elektronikus aláírási rendszerek, Secure Electronic Transaction Standard,... Nemzetközi és hazai szabványok és projektek.

Ajánlott irodalom:

Nemetz-Vajda: Algoritmos adatvédelem,

Buttyán-Vajda: Kriptográfia és alkalmazásai

Bruce Schneier: Applied Cryptography

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1997, <http://www.cacr.math.uwaterloo.ca/hac/>

MMMN5IE4 Információelméleti módszerek a statisztikában (heti 2 óra, 2 kredit)

Hipotézisvizsgálat: exponenciális értelemben optimális próbák egyszerű és összetett null-hipotézis tesztelésére, az optimális hibaexponens jellemzése I-divergencia segítségével. Exponenciális eloszláscsaládok, információs vetület és maximum likelihood becslés kapcsolata. A maximum likelihood becslés határeloszlása.

Kontingenciátáblázatok elemzése információelméleti módszerrel.

A minimális leírási hossz módszer. Modellválasztás információs kritérium alapján.

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Shields: Information Theory and Statistics: a tutorial. Now Publishers, 2004. Elérhető online:

<http://www.renyi.hu/~csiszar/Publications/Information Theory and Statistics: A Tutorial.pdf>

RENDSZERELMÉLET FÉLSÁV

MMMN5RE1 Rendszerelmélet I. (heti 2 óra, 2 kredit)

Rendszerelméleti alapfogalmak. Stabilitás, irányíthatóság, megfigyelhetőség. Az ún. z-transzformált. Lineáris rendszerek.

Kanonikus alakok. Minimálpolinom, invariáns polinomok. Visszacsatolás, pólusát helyezés.

Stabilizálás megfigyelővel, dinamikus kompenzációval.

Zaj leválasztása.

MMM5RE2 Rendszerelmélet II. (heti 2 óra, 2 kredit)

Minimális realizáció. Transzformálás minimális alakra.
Lineáris rendszerek külső és belső leírása, ezek kapcsolata. Hankel mátrixok, a Ho–Kalman algoritmus.
Racionális realizáció. Az állapotter mátrix törtfüggvényes előállítás.
Parciális realizáció. Lánctörtek.

MMM5RE3 Rendszerelmélet III. (heti 2 óra, 2 kredit)

Optimális irányítás: Kvadratikusan veszteségfüggvény, állapotvisszacsatolás. Riccati-egyenlet, Ljapunov-egyenlet.
Sztokasztikus rendszerek elmélete.
Irányítás és szűrés. Dualitás.
A szeparációs elv.
Sztokasztikus realizációelmélet. Faurre-algoritmus.
Kalman szűrő.
Előrehaladó és hátráló realizációk.
Az állapotter mint felbontó altér. Feltételes ortogonalitás.

MMM5RE4 Rendszerelmélet IV. (heti 2 óra, 2 kredit)

Sztokasztikus rendszerek paraméterbecslése. Standard modellek (AR, MA, ARMA) statisztikai vizsgálata. A modell paramétereinek becslése legkisebb négyzetes-, ill. maximum likelihood módszerrel.
Alternatív megközelítések.
Konfidencia-intervallum szerkesztése a paraméterekre.
A modell rendjének meghatározása, reziduális szórás vizsgálata, a parciális autokorrelációs függvény használata.
Akaike-féle FPE, AIC, BIC mennyiségen alapuló módszerek.

SZTOCHASZTIKUS ANALÍZIS FÉLSÁV

MMM5SA1 Sztokasztikus analízis (heti 2 óra, 2 kredit)

Lokális martingál, szemimartingál. Integrál szemimartingál szerint. Az integrál tulajdonságai. Kvadratikusan variáció, BDG egyenlőtlenség, izometria tétel. Ito formula, Lévy karakterizáció, Girsanov tétel, Kazamaki és Novikov feltétel. Ito integrál.

Ajánlott irodalom:
Revuz–Yor: Continuous martingales and Brownian motion.
Protter: Stochastic integration and differential equation.

MMM5SA2 Sztokasztikus dinamikai rendszerek (heti 2 óra, 2 kredit)

Sztokasztikus differenciál egyenletek, erős és gyenge megoldás, eloszlásbeli és trajektóriánkénti unicitás, ezek kapcsolata. Gyenge megoldás mértékcserevel, tempóváltással. Fubini tétel, lokális idő. Eltöltött idő formula. Hölder folytonos együtthatók esete egy dimenzióban. Tsirelson példája. Rendezési tétel.

Ajánlott irodalom:
Revuz–Yor, Continuous martingales and Brownian motion.

MMM5SA3 Sztokasztikus folyamatok szűrése (heti 2 óra, 2 kredit)

Kalman szűrő, Kalman-Bucy szűrő egyenletei. Zakai egyenlet. További fejezetek a sztochasztikus analízisből: Formulák a Wiener folyamat lokális idejére, Wiener-Ito káosz felbontás.

Ajánlott irodalom:
Revuz–Yor, Continuous martingales and Brownian motion.

SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK FÉLSÁV

MMMN5SF1 Markov-láncok (heti 2 óra, 2 kredit)

Sztochasztikus folyamatok: Markov-tulajdonság, erős Markov-tulajdonság, homogenitás. Diszkrét paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, az állapotok osztályozása. Periódus, visszatérőség. Az átmenetvalószínűségek konvergenciája. Stacionárius eloszlás. Nagy számok törvénye és centrális határeloszlás-tétel irreducibilis, pozitív rekurrens Markov-lánc funkcionáljára. Átmenetvalószínűségek tabu állapotokkal. Reguláris mérték, Doeblin hányados tétele. Megfordított Markov-lánc. Elyelődési valószínűségek. Perron-Frobenius tételek.

Ajánlott irodalom:

Karlin – Taylor: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985.

Chung: Markov Chains With Stationary Transition Probabilities. Springer, 1967.

Isaacson – Madsen: Markov Chains: Theory and Applications. Wiley, 1976.

MMMN5SF2 Független növekményű, stacionárius és Markov-folyamatok (heti 2 óra, 2 kredit)

Korlátlanul osztható eloszlások karakterisztikus függvénye, Lévy-Hincsin formula. Poisson pontfolyamat és integrál. Az eloszlás tulajdonságainak (nemnegativitás, véges szórás) jellemzése a karakterisztikus függvény segítségével. Stabilis eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlású változó generálása. Stabilis eloszlások farok valószínűségének nagyságrendje. Birkhoff ergod tétel. Statisztikus ergodtétel és általánosítása reflexív Banach terekre. Kingman szubadditív ergodtétele.

MMMN5SF3 Optimális megállítás (heti 2 óra, 2 kredit)

Véges sok valószínűségi változóból álló sorozat optimális megállítása. (A Szindbád-probléma megoldása és egyéb ehhez kapcsolódó optimalizálási problémák.) Végtelen sorozatra vonatkozó Bellmann-egyenlet. Majoráló szupermartingálok. Reguláris és excesszív függvények. Szekvenciális hipotézisvizsgálat. Riasztási feladat.

Ajánlott irodalom:

A. N. Shiryaev: Statistical sequential analysis : optimal stopping rules, A.M.S., Providence, 1973.

MMMN5SF4 Stacionárius folyamatok paramétereinek becslése (heti 2 óra, 2 kredit)

Stacionárius folyamatok várható értékének és kovarianciafüggvényének becslése.

A spektrum becslése. Periodogram. Diszkrét spektrum. Folytonos spektrum. A spektrum konzisztens becslése, simítás, ablakfüggvények használata. Kevert spektrumú folyamatok.

Hipotézisvizsgálat.

A STATISZTIKA NUMERIKUS ÉS SZÁMÍTÓGÉPES MÓDSZEREI FÉLSÁV

MMMN5SN1 A matematikai statisztika numerikus módszerei (heti 2 óra, 2 kredit)

Statisztikai programokban alkalmazott kombinatorikus, algebrai és analitikus algoritmusok. Nevezetes statisztikai sűrűség- és eloszlásfüggvények numerikus előállításai. Egyenletes és tetszőleges eloszlású diszkrét és folytonos véletlen számok generálása. Véletlen mátrixok generálása. Véletlen kombinatorikus objektumok generálása.

Elemi statisztikai feladatok számítógépes megoldása. Becslési módszerek, robusztus eljárások.

Hipotézisvizsgálati eljárások. Illeszkedésvizsgálat. Normalitás vizsgálat. Konfidencia tartomány.

Függőségvizsgálat. Az együttes eloszlás normális esete. Paraméteres és nem-paraméteres eset folytonos valószínűségi változók esetén. Eljárások diszkrét, rendezett értékű, és diszkrét nem rendezett értékű valószínűségi változók esetén.

Szekvenciális módszerek. Mintanagyságok meghatározása. Számítógépek alkalmazása.

MMM5SN2 A többdimenziós statisztika számítógépes módszerei (heti 2 óra, 2 kredit)

Többszörös lineáris regresszió számítógépes megoldása. Polinomiális regresszió, ortogonális polinomok szerinti regresszió, spline regresszió. A regresszió-számítás gyakorlati problémái. Nem kanonikus esetek, változók transzformációja, súlyozás, szinguláris kísérlettervek, kísérlet szelekció, kísérlettervezés. Lépésenkénti regresszió. A Huber-féle robusztus regresszió.

Nemlineáris regresszió.

Szórás- és kovariancia analízis. Kísérlettervezés. Szekvenciális tervezési eljárások.

Többdimenziós adatok struktúrája. A főkomponens- és faktoranalízis. Faktorok meghatározásának módszerei (maximum likelihood, legkisebb négyzetek, MINRES stb.), a faktorszám meghatározása, faktorok forratása.

Skálázás. Az ábrázolás numerikus módszerei.

Osztályozási módszerek. Mahalanobis-távolság. Lépésenkénti osztályozás. Klaszterezés. Hasonlósági mértékek, hierarchikus és partíciós módszerek. Grafikus módszerek.

MMM5SN3 Az idősoranalízis számítógépes módszerei (heti 2 óra, 2 kredit)

Folyamatok statisztikája. Diszkrét idejű folyamatok statisztikai modellezése. Rekurzív becslések, adaptív szűrők.

Folytonos idejű folyamatok mintavételezése. Idősorok analízise. Trend és szezonális vizsgálat. Az idősorok additív felbontása. Stacionárius idősorok modellezése. Korrelogram és spektrálfüggvény, kiszámításuk módjai.

Folyamatok transzformációja. ARIMA modellek becslései, a becslések tulajdonságai. A szűrés alapfeladata.

Statisztikák valószínűség-számítási jellemzőinek szimulatív meghatározása. Sztochasztikus folyamatok generálása, szűrési és irányítási feladatok modellezése. A szimuláció statisztikai ellenőrzése.

Adatok átfogó statisztikai elemzése, statisztikai programcsomagok fejlesztése.

Statisztikai programcsomagok típusai, felépítése. Adatkezelési sajátosságok, titkosság.

MATEMATIKAI STATISZTIKA SÁV

MMM5ST1 A matematikai statisztika alapjai 1 (heti 4 óra, 4 kredit)

A sűrűségfüggvény becslése. Simított tapasztalati eloszlás, Parzen-Rosenblatt féle tapasztalati sűrűségfüggvény, hisztogram.

Elégségesség, minimális elégségesség, teljesség, korlátosan teljesség.

Exponenciális eloszláscsalád statisztikai vizsgálata

Másodlagos mintavétel, jackknife, bootstrap.

A Jeffrey-féle nem-informatív a priori eloszlás. Általánosított (formális) Bayes-becslések.

Ekvivariáns becslések, Pitman-becslés.

L-becslések, korrelált hibájú lineáris modell. Az eltolásparaméter aszimptotikusan optimális L-becslése.

M-becslések, robusztusság. M-becslések aszimptotikus viselkedése. A Huber-féle M-becslés aszimptotikus minimax-tulajdonsága. Kapcsolat az M- és az L-becslések között.

Véges sokaságból való mintavétel. Állandó együtthatós lineáris becslések megengedhetősége.

Ajánlott irodalom:

E. L. Lehmann: Theory of point estimation. Wiley, New York, 1983.

MMM5ST2 A matematikai statisztika alapjai 2 (heti 2 óra, 2 kredit)

Egyoldali ellenhipotézis monoton likelihood-hányadosú osztályban. Kétoldali ellenhipotézis exponenciális eloszláscsaládban. Hasonlóság, Neyman-struktúra. Hipotézisvizsgálat zavaró paraméterek jelenlétében.

A klasszikus paraméteres próbák optimalitása. Aszimptotikus próbák. Általánosított likelihood-hányados próba, a khi-négyzet próbák levezetése.

A tapasztalati folyamat konvergenciája Brown-hídhöz. Gauss-folyamatok Karhunen-Loève sorfejtése. A klasszikus nemparaméteres próbák aszimptotikus elemzése.
Invariáns és Bayes-próbák.
A konfidenciahalmazok elméletének kapcsolata a hipotézisvizsgálattal.

Ajánlott irodalom:

E. L. Lehmann: Testing Statistical Hypotheses, 2nd Ed., Wiley, New York, 1986.

MMM5ST3 Élettartam-adatok elemzése (heti 2 óra, 2 kredit)

Alapfogalmak, meghibásodási idők, cenzorálás típusai, összműködési idő. Hazárfüggvény, meghibásodási tényező.

Élettartam-eloszlások. Exponenciális minta elemzése

Nemparaméteres maximum likelihood. Túlélésfüggvény becslése cenzorált mintából: a Kaplan–Meyer-féle szorzatbecslés. Greenwood-formula. Aktuárius becslés.

Arányos hazárd-modell. Teljes, feltételes, ill. parciális likelihood.

Öregedő eloszlások osztályai: IFR, IFRA, NBU. Tartalmazási kapcsolatok. Az osztályok zártsága gyenge konvergenciára és konvolúcióra.

Monoton és koherens rendszerek, a rendszer megbízhatósága. Az IFRA és NBU osztály zártsága. Az IFR osztály lezárása.

Vízátörő-modell. Öregedő tulajdonságok megőrződése sokk-modellekben.

IFRA eloszlásfüggvény ML becslése, inkonzisztencia. IFR eloszlásfüggvény ML becslése, legnagyobb konvex minoráns. Konzisztencia.

A bioassay-probléma.

Az EM algoritmus.

Ajánlott irodalom:

Móri Tamás: Élettartam-adatok elemzése (elektronikus jegyzet). Elérhető online:

<http://www.math.elte.hu/~mori/elettartam.pdf>

D. R. Cox–D. Oakes: Analysis of Survival Data. Chapman and Hall, London, 1984.

R. E. Barlow–F. Proschan: Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975.

MMM5ST4 Többváltozós statisztikai módszerek (heti 4 óra, 4 kredit)

A többdimenziós normális eloszlás paramétereinek becslése. Matrixértékű eloszlások. A Wishart-eloszlás: sűrűségfüggvénye, determinánsa, inverzének várható értéke. Többdimenziós normális eloszlás paramétereire vonatkozó hipotézis vizsgálat. Függetlenségvizsgálat. Normalitásvizsgálat.

Lineáris regresszió.

A változók közötti kapcsolat mérése: korrelációs együttható, parciális korreláció, kanonikus korreláció.

Főkomponensanalízis, faktoranalízis, szórásanalízis, diszkriminanciaanalízis.

Ajánlott irodalom:

K.V. Mardia, J.T. Kent and J.M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1979

Móri T. – Székely G. (szerk.): Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

C. R. Rao: Linear statistical inference and its applications, Wiley and Sons, 1968.

MMM5ST5 Többváltozós statisztikai eljárások (heti 2 óra, 2 kredit)

Kontingenciátáblák elemzése. A loglineáris modell. A minimális diszkrimináló információ módszere.

Többdimenziós skálázás. A normalitás feltételének elvetése, nemparaméteres és robusztus többdimenziós módszerek.

Ajánlott irodalom:

K.V. Mardia, J.T. Kent and J.M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1979

Móri T. – Székely G. (szerk.): Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

VALÓSZÍNŰSÉGELMÉLET FÉLSÁV

MMM5VE1 Martingálelmélet (heti 2 óra, 2 kredit)

Martingálok 1 valószínűségű és L_p -beli konvergenciája, reguláris martingálok.

Reguláris megállási idők, Wald-azonosság.

Négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza.

Hilbert-tér értékű martingálok.

Centrális határeloszlás-tétel martingálokra.

Fordított martingál, U -statisztikák, felcserélhetőség.

Alkalmazások: Martingálok a pénzügyi matematikában, a Conway-algoritmus, optimális stratégiák nyereséges játékokban, elágazó folyamat kétféle típusú egyedekkel.

Ajánlott irodalom:

Móri T.: Diszkrét paraméterű martingálok és alkalmazásai (elektronikus jegyzet). Elérhető online

<http://www.math.elte.hu/~mori/erdekes.html>

Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory – Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.

J. Neveu: Discrete-Parameter Martingales. North-Holland, Amsterdam, 1975.

MMM5VE2 Független változók határeloszlás-tételei (heti 2 óra, 2 kredit)

Korlátlanul osztható eloszlás és karakterisztikus függvény. Poisson folyamat, összetett Poisson folyamat.

Poisson pontfolyamat általános karakterisztikus mérték mellett. Pontfolyamat szerinti integrál. Lévy–Hincsin

formula. Nem negatív és véges szórású korlátlanul osztható eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis

eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlások generálása, farok- valószínűség nagyságrendje.

Szériasorozatok határeloszlásai.

Ajánlott irodalom:

Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.

W. Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications, vol. 2. Wiley, New York, 1966.

MMM5VE3 Véletlen mátrixok sajátértékeinek eloszlása (heti 2 óra, 2 kredit)

Független elemű szimmetrikus mátrixok sajátértékeinek határeloszlása (Wigner-tétel).

Határeloszlás alacsony rendű momentumok végessége esetén (Arnold-tétel).

A várható érték konvergenciája, sztochasztikus konvergencia, 1 valószínűségű konvergencia.

Kovariancia típusú mátrixok sajátértékeinek aszimptotikus eloszlása (Marcsenko–Pasztur tétel, Bai–Lin tétel).

Lindeberg típusú szükséges és elégséges feltétel független elemű szimmetrikus mátrixok határeloszlására (Girko-tétel). Stieltjes-transzformált, folytonossági tétel.

A várható érték konvergenciájának és az 1 valószínűségű konvergenciának az ekvivalenciája.

Ajánlott irodalom:

V. L. Girko: Szlucsajnyje matricü. Vücsca Skola, Kijev, 1975

V. L. Girko: Szpektralnaja tyeorija szlucsajnyüh matric. Nauka, Moszkva, 1988

Marchenko, V.A., Pastur L.A.: Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. Math. USSR, Sb. 1, 457-483 (1967)

Wigner, E.: On the distribution of the roots of certain symmetric matrices. Ann. of. Math. 67, 325-327 (1958)

MMM5VE4 Tömegkiszolgálási rendszerek (heti 2 óra, 2 kredit)

A tömegkiszolgálási rendszerek elméletének alapjai. Little-formula. Tömegkiszolgálási modellek: Lindley-tétel, Kiefer-Wolfowitz tétel, Wiener-Hopf egyenlet általános modellekre. A beérkezési folyamat jellemzése.

Grigelionis-tétel. Felújítási folyamatok, Blackwell-tétel. Speciális egykiszolgálós modellek stacionér megoldása.

Extremális érték és nagy eltérés problémák tömegkiszolgáló rendszerekben. Többkiszolgálós rendszerek

approximációja. Markov-modellek, beágyazott Markov-folyamatok. Pollaczek-Hincsin formula. Wiener-Hopf faktorizáció.

Ajánlott irodalom:

L. Kleinrock: Sorbanállás-kiszolgálás. Bevezetés a tömegkiszolgálási rendszerek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.