

M A T E M A T I K A T A N Á R I S Z A K

E L T E T T K 2 0 0 5

1. Bevezetés

A szak oktatásának a célja olyan matematikatanárok képzése, akik biztos és magas szintű szakmai tudással, nagy áttekintéssel rendelkeznek, és megfelelő elméleti és gyakorlati jártasságot szereztek a matematikának különböző iskolatípusokban és korosztályoknak történő tanításához.

A szak programjában ennek érdekében szorosan összefonódnak a szakmai és didaktikai vonatkozások. Az egyes szaktárgyak oktatásánál nagy hangsúlyt kap az iskolai tanítással való kapcsolat, ez a szempont fontos szerepet játszik az anyag összeállításában, az egyes anyagrészek súlyozásában, a megfelelő szemlélet kialakításában, a széles körű szakmai háttér megalapozásában stb.

Különösen fontosnak tartjuk az absztrakciós készség fejlesztését, a matematikai fogalomalkotás és bizonyítás technikáinak biztos elsajátítását. Ahol az előismeretek ezt lehetővé teszik, bemutatjuk a matematika legújabb eredményeit is.

A gyakorlatok szerepe egyrészt a feladatmegoldó készség fejlesztésében, másrészt az elméleti anyag megértésében és feldolgozásában nélkülözhetetlen, és így a gyakorlatok a képzésnek — az előadásokkal teljesen egyenrangú — integráns részét jelentik.

2. A képzés szerkezete

A továbbiakban a félévi beosztások mindig a 8. pontbeli ajánlott tantervre vonatkoznak. A hallgató ettől az egymásra épülési, előfeltételi szabályok betartásával eltérhet. Az egyes tárgyaknál előírt előfeltételek a 10. pontban a rövid tantárgyi programok leírásánál találhatók.

A 10 féléves képzés első öt féléve az alapozást szolgálja és lényegében kötött tematikájú. A további félévekben a képzés egy része fakultációs jellegű: ennek keretében a hallgató lehetőséget kap arra, hogy valamely általa választott terület(ek)en jobban elmélyedjen. Az utolsó év elsősorban a gyakorló tanításra és a szakdolgozat elkészítésére szolgál.

3. A matematika tanári diploma megszerzésének feltételei

A tanterv szerint előírt — részben kötelező, részben választható — tárgyak elvégzése, iskolai gyakorlat, szakdolgozat és záróvizsga.

A matematikus, alkalmazott matematikus, programtervező matematikus, illetve fizikus szakot végzők/végzetek a 9. pontban megszabott feltételek teljesítésével szerezhetik meg a matematika tanári diplomát.

4. Az elvégzendő tárgyak

4.1 A tanárszakosok általánosan kötelező tárgyai (pl. társadalomtudomány, pedagógia, pszichológia, nyelv). Ezek teljesítésére kari egységes szabályozás vonatkozik.

4.2 Szakmai alapozás. Ezek az órák mindenki számára egyformán kötelezőek, a 8. pontbeli ajánlott tantervi hálóban megadott óraszámokkal, kreditértékekkel és számonkérési formákkal, beleértve a szigorlatokat is.

4.3 Fakultáció.

4.3.1 A képzés egy része a 6. félévtől kezdve fakultációs jellegű. A fakultáció összesen (heti óraszámban) 16 óra. Minden fakultációs tárgy kreditértéke a heti órászámmal egyenlő, a fakultáció így összesen 16 kredit. Ezen belül mindenkinek választania kell egy 8 órás blokkot, a további 8 óra szabadon választható (a matematika vagy informatika szakterület által meghirdetett egyetemi szintű) matematika vagy informatika speciál előadások és szemináriumok közül, beleértve valamelyik másik blokkot vagy annak egy részét (egy vagy több félévét), valamint a 4.2 szakmai alapozás fakultatív gyakorlatait is.

4.3.2 Óraszámok, jegyek:

Blokk: 6. és 7. félév: 2–2 óra, 8. félév: 2+2 óra. Minden tárgyból (gyakorlati és/vagy vizsga)jegyet kell szerezni, ezek száma összesen 4 (részletesen lásd a blokkok tantárgyi programjainál a 10/B pontban).

Speciálelőadás és/vagy szeminárium: 6.–9. félév: 2–2 óra, és mindegyikből (gyakorlati és/vagy vizsga)jegyet kell szerezni. Biológia, fizika, földrajz, informatika, kémia tanári szakpár esetén csak 6 kreditértékű speciálelőadást kell felvenni, tehát ekkor a fakultációból összesen csak 14 kreditet kell szerezni.

4.3.3 A blokkok (7 darab, ábécé sorrendben): Algebra – számelmélet, Analízis, Elemi matematika – a matematika tanítása, Geometria, Numerikus módszerek, Valószínűségszámítás – matematikai statisztika, Véges matematika – algoritmuselmélet.

Választható az informatika tanári szak valamelyik blokkja is. (A matematika-informatika tanárszakosok ugyanazt a blokkot természetesen nem számíthatják be egyszerre mindkét szakjuk fakultációjaként.)

4.3.4 Két vagy több blokk felvétele esetén a hallgató ezek akármelyikét tekintheti „blokk”-nak és a többit „speciálelőadás/szeminárium”-nak, azaz későbbi félévek folyamán is ráér eldönteni, hogy melyik blokkot viszi végig (és egy vagy több félév után esetleg abbahagyja valamelyik másikat).

4.4 Kiegészítő tárgyak.

4.4.1 Ezt biológia, fizika, földrajz, informatika tanári szakpár esetén a hallgató automatikusan teljesíti. Egyéb esetekben ez további 96 kreditértékű ELTE-s órát jelent az alábbiak szerint. (A kreditérték az adott szakon érvényes kreditérték, kivéve a speciálelőadásokat, szemináriumokat, ahol a kreditérték minden esetben a heti óraszám. Minden tárgyat ötfokozatú értékeléssel kell teljesíteni.)

4.4.2 Ezek az órák szabadon választhatók az alábbiakból:

- a) Az ELTE TTK-s és IK-s egyetemi szakok tetszőleges órái, kivéve a matematikai, társadalomtudományi, pedagógiai, pszichológiai, oktatástechnikai, nyelvi, testnevelési órákat. (Különböző szakokon felvett, de egymás anyagát lényegében tartalmazó tárgyak közül csak az egyik vehető figyelembe.)
- b) A matematikus és alkalmazott matematikus szakon az ajánlott tantervi háló szerint a 3. félévtől kezdve bármelyik matematika tárgy (beleértve a sávok óráit is), valamint a 2. félévből a Bevezetés a topológiába és a Halmazelmélet.
- c) A matematika tanári szak tetszőleges 4.3-beli fakultációs órái (fakultációs blokk, annak része és speciálelőadások).
- d) A fizika tanári szakon a „Matematikai kiegészítések a fizikához”, a fizikus szakon a „Csoportelmélet”.
- e) Tudománytörténeti tárgy, legfeljebb 4 kreditértékű fogadható el.
- f) Az ELTE főiskolai matematika tanári képzésének fakultációs órái, összesen legfeljebb 6 kreditértékű fogadható el.
- g) Oktatástechnika típusú tárgy, összesen legfeljebb 4 kreditértékű fogadható el.

4.4.3 Beszámítások az ELTE TTK idegen nyelvi szaktanári és szakfordítói képzésével kapcsolatban: a két képzés teljes elvégzése esetén összesen 60 kredit; az egyik képzés teljes elvégzése esetén (a másik képzés nélkül, vagy akár annak részleges elvégzése mellett) összesen 40 kredit; az egyik képzés 70 százalékának az elvégzése esetén (amit az ELTE TTK Idegen Nyelvi Központ igazol) összesen 20 kredit (a másik képzés nélkül, vagy akár annak részleges elvégzése mellett).

4.4.4 ELTE (vagy más egyetem) BTK abszolutorium (egyidejű vagy korábbi megszerzése) 60 kreditet, a képzés 70 százalékának az elvégzése (amit az adott Kar Tanulmányi Osztályvezetője igazol) 30 kreditet ér. (Ez vonatkozik a nyelvtanári szakra is.) A 4.4.3 és 4.4.4 pont alapján összesen maximum 90 kredit számítható be.

4.4.5 Akinek (egyetemi szintű végzettséget igazoló) TTK-s vagy IK-s oklevele van, annak nem kell a kiegészítő tárgyakra vonatkozó követelményeket teljesítenie. Minden más oklevél esetében — a hallgató kérésére — a Matematika Tanárszakos Oktatási Bizottság egyéni elbírálás alapján dönt az ilyen típusú (részleges vagy teljes) felmentésről, az oklevélhez elvégzett tanulmányoktól függően.

4.4.6 A hallgató egyénileg kérheti máshol (pl. műszaki, közgazdaságtudományi egyetemeken vagy főiskolákon) szerzett kreditjeinek a beszámítását, ha úgy látja, hogy ezek szakmai háttérként elfogadhatók. Főiskola esetén a szak teljes elvégzéséért is csak maximum 6 kredit adható, és ez egyetem esetében is csak rendkívüli esetben haladhatja meg a 12 kreditet (a korábban külön jelzett általános beszámításoktól eltekintve). Az ilyen kérések elbírálásában a Matematika Tanárszakos Oktatási Bizottság illetékes.

5. Iskolai gyakorlat

A 9. vagy 10. félévi tanítási gyakorlat gyakorlati jeggyel zárul. Ezen kívül már a 6. félévben is sor kerül (heti) 2 órás iskolai gyakorlatra, amely a Matematikai Szakmódszertani Csoport irányításával történik, és háromfokozatú értékeléssel zárul.

6. Szakdolgozat

Szakdolgozati témát a matematika valamely témaköréből vagy annak tanításából, szakmódszertanából lehet választani. A szakdolgozat célja, hogy a hallgató alaposan elmélyedjen egy területen és azt (témavezetői irányítással, de) önállóan feldolgozza. A szakdolgozat tanári vonatkozásainak aktuális szabályairól a PPK honlapján található részletes tájékoztatás.

A szakdolgozat elkészítésében a hallgatót témavezető(k) segíti(k). A témavezető(ke)t a hallgató az egyetem oktatói és tudományos kutatói közül választhatja ki. Az illetékes tanszékvezető jóváhagyásával külső szakembert is fel lehet kérni témavezetőnek.

A szakdolgozati témaválasztás időpontja (legkésőbb) a 8. félév vége. A 9. és 10. félévben a szakdolgozattal kapcsolatos tevékenység a hallgatónál az összesen 10 kreditértékű „Szakdolgozati konzultáció” formájában jelenik meg. Magáért a szakdolgozatért (további) 20 kredit jár. A szakdolgozatot a záróvizsga keretében kell megvédeni.

Matematika tanárszakon a szakdolgozat elkészítése alól felmentést kap az a hallgató, aki más ELTE TTK-s vagy IK-s (egyetemi) szak végzése során ír(t) szakdolgozatot, kivéve a technika tanári szakot, és szakdolgozata tartalmaz a PPK által előírt módszertani/tanítási vonatkozásokat. Ez utóbbiak hiányában ilyen témából rövid összefoglaló dolgozatot kell készíteni, a részleteket lásd a PPK honlapján.

7. Záróvizsga tematika

A záróvizsga szakmai és szakmódszertani része a szakdolgozat megvédésén kívül az alábbi két tétel sor egy-egy tételéből történő szóbeli feleletből áll.

(A) Szakmai tételek.

Valamennyi tételnél fontos a középiskolai tanítással való kapcsolatot bemutatni (tananyag, szakkör, didaktikai vonatkozások stb.), ezt az egyes tételeknél külön nem tüntetjük fel.

A1. AZ AXIOMATIKUS MÓDSZER.

Logikai alapfogalmak. Axiómarendszerek a geometriában, a valós számok felépítésében, a halmazelméletben. Nem-euklideszi geometriák, modellek.

A2. SZÁMELMÉLETI ALAPISMERETEK.

Oszthatóság, prímszámok, a számelmélet alaptétele. Kongruenciák. Diofantikus egyenletek. Nevezetes számelméleti problémák. Számelméleti vizsgálatok néhány más gyűrűben.

A3. ALGEBRAI EGYENLETEK, KOMPLEX SZÁMOK.

Másod-, harmad-, negyed- és magasabb fokú egyenletek. Komplex számok. Az algebra alaptétele. Polinomok számelmélete. Testek.

- A4. LINEÁRIS EGYENLETRENDSZEREK, LINEÁRIS ALGEBRA.
Egyenletrendszerek megoldhatósága, megoldási módszerek. Mátrixok, determinánsok. Vektor-
tér, dimenzió.
- A5. GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK, CSOPORTOK.
Egybevágóság, hasonlóság. Transzformációcsoportok. Csoportelméleti alapfogalmak.
- A6. ELEMI SÍK- ÉS TÉRGEOMETRIA, SZERKESZTÉSEK.
Háromszögek, speciális négyszögek, sokszögek, poliéderek, konvex alakzatok. Gömbháromszö-
gek. Geometriai szerkesztés, nevezetes szerkesztési kérdések. A szerkeszthetőség algebrai feltételei.
- A7. ANALITIKUS GEOMETRIA.
Vektorok, trigonometria. Alakzatok egyenletei. Kúpszeletek, a kör geometriája.
- A8. FÜGGVÉNYEK, HATÁRÉRTÉK, FOLYTONOSSÁG.
Elemi függvények (polinomfüggvények, exponenciális, logaritmus, trigonometrikus és hiper-
bolikus függvények). Függvények határértéke és folytonossága. Folytonos függvények tulajdonsá-
gai.
- A9. DIFFERENCIÁLHATÓSÁG ÉS ALKALMAZÁSAI.
Egyváltozós valós függvények differenciálhatósága. Középértéktételek. Érintő. Függvényviz-
sgálat, szélsőérték-feladatok. Kitekintés a többváltozós analízisre.
- A10. SOROZATOK ÉS SOROK.
Sorozatok határértéke, végtelen sorok. Nevezetes numerikus és hatványsorok.
- A11. MÉRTÉK ÉS INTEGRÁL.
Terület, térfogat, felszín, ívhossz (geometriai, ill. analitikus felépítés). Riemann-integrál, több-
szörös integrál. Az integrál kiszámítása és alkalmazásai.
- A12. A KOMBINATORIKA ÉS VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ELEMEI.
Kombinatorikai alapfeladatok. Binomiális tétel, logikai szitaformula. Gráfelméleti alapfogal-
mak. Kombinatorikus valószínűségi feladatok. Valószínűségi mező, valószínűségi változó, várható
érték és szórás.
- (B) A matematika tanításával kapcsolatos tételek.
- B1. Bizonyítások tanítása. (Tételek megsejtését szolgáló eljárások, szemléletes utak és szemléltetés.)
- B2. A számfogalom fejlesztése. (Műveleti modellek egész számok körében, számkörbővítés, perman-
enciaelv.)
- B3. Feladattípusok, nyitott feladatok, problémavariációk.
- B4. Problémamegoldási stratégiák, heurisztikus elvek. (Bizonyítási stratégiák, algoritmikus gon-
dolkodás.)
- B5. A matematikai modellalkotás az oktatásban. Alkalmazásorientált matematikaoktatás.
- B6. A geometriai fogalmak fejlődésének szintjei. (Szintetikus, koordináta-geometriai, vektorgeomet-
riai modellek.)
- B7. Fogalmak tanításának alapkérdései. (Definíciók fajtái. Követelmények definíciókkal szemben.
Feladattípusok a fogalmak tanításával kapcsolatban.)
- B8. A matematikatanulással kapcsolatos reprezentációs elméletek. (Bruner, duálkódelmélet, az
emberi agy aszimmetriái.)
- B9. Optimalizálás. Szélsőérték-feladatok megoldásának elemi módszerei.
- B10. A tanítás tervezése. (Matematika tantervek, pedagógiai alapelvek, órátípusok.)
- B11. A geometriai térszemlélet fejlesztését szolgáló eszközök, témakörök, térbeli viszonyok síkbeli
ábrázolása, az ábrák rekonstrukciója. (Vetület, metszet, Cavalieri-elv.)
- B12. Ellenőrzés, értékelés a matematikaoktatásban.

8. Ajánlott tantervi háló

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9/10 | Össz |
|----------------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------|------------------|------------|-------------|
| Algebra és számelmélet | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+1/1 S+G | | | | | | 8+7 18 |
| Analízis | 2/2+4/6 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+0 S | | | | | 10+10 25 |
| Elemi matematika | | | | | 0+2/3 G | 0+2/3 G | 0+2/3 G | 0+2/3 G | | 0+8 12 |
| Geometria | | | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 K+G | 2/2+2/3 S+G | | | | 8+8 20 |
| Iskolai gyakorlat | | | | | | 0+2/1* G | | | -/10* G | 2 11* |
| Matematika alapjai | | | | | | | 2/2+0 K | 2/2+0 K | | 4+0 4 |
| Matematika tanítása ¹ | | | | | | | 2/3*+0 K | 1/1*+1/2* K+G | | 3+1 6* |
| Numerikus analízis | | | | | | 0+2/3 G | 0+2/3 G | | | 0+4 6 |
| Számítás-technika | 0+2/3 G | 0+2/3 G | | | | | | | | 0+4 6 |
| Valószínűség-számítás | | | | | 3/3+2/3 K+G | | | | | 3+2 6 |
| Véges matematika | 0+2/3 G | 0+2/3 G | | | | | | | | 0+4 6 |
| Fakultációs blokk | | | | | | 2/2 F | 2/2 F | 4/4 FF | | 8 8 |
| Fakultációs spec ² | | | | | | 2/2 F | 2/2 F | 2/2 F | 2/2 F | 8 8 |
| Előadás | 4 | 4 | 6 | 6 | 7 | 2 | 4 | 3 | | 36 |
| Gyakorlat | 10 | 8 | 6 | 5 | 6 | 8 | 4 | 3 | | 50 |
| Fakultáció | - | - | - | - | - | 4 | 4 | 6 | 2 | 16 |
| Összesen | 14 | 12 | 12 | 11 | 13 | 14 | 12 | 12 | 2 | 102 |
| Kredit: | 19 | 16 | 15 | 13 | 16 | 16 | 15 | 14 | 12 | 136 |
| Szigorlat | - | - | - | 1 | 1 | 1 | - | - | - | 3 |
| Kollokvium | 2 | 2 | 3 | 2 | 2 | - | 2 | 2 | - | 15 |
| Gyak. jegy | 4 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 | 1 | 26 |
| Fakt. jegy | - | - | - | - | - | 2 | 2 | 3 | 1 | 8 |

Jelmagyarázat:

K=kollokvium, S=szigorlat, G=gyakorlati jegy, F=fakultáción szerzett jegy: a tárgy jellegétől függően kollokvium vagy gyakorlati jegy.

a/b = heti óraszám/félévi kreditérték (ugyanaz a tárgyakénti összesítésnél egymás alatt)

* A kredit a tanári résznél kerül beszámításra

¹ Csoportonkénti szeminárium formájában

² Biológia, fizika, földrajz, informatika, kémia tanári szakpár esetén csak 6 órát kell felvenni

9. A matematika tanári diploma megszerzésének feltételei matematikus, alkalmazott matematikus, programtervező matematikus, ill. fizikus szakot végzők/végzettek részére

9.1 Általános megjegyzések.

9.1.1 Az alábbi feltételek azokra vonatkoznak, akik tíz évnél nem régebben szereztek matematikus, alkalmazott matematikus, programtervező matematikus, ill. fizikus diplomát, vagy pedig az adott szakkal egyidejűleg végzik a matematika tanári szakot. Ez utóbbiak azonban csak akkor tehetik le a matematika tanárszakos záróvizsgát (és így csak akkor adható ki részükre a matematika tanári oklevél), ha a másik szakon már sikeres záróvizsgát tettek. A fenti szakok tíz évnél régebbi vagy részleges elvégzése (ideértve a csak a hároméves programozó matematikus szak elvégzését is) minderre nem jogosít; ebben az esetben a teljes matematika tanárszakos tantervi előírásokat kell teljesíteni, amelyek alól egyéni elbírálás alapján részleges felmentés adható.

9.1.2 El kell végezni a tanárszakosok általánosan kötelező tárgyait és valamennyi iskolai gyakorlatot (beleértve a matematika tanárszakos tanterv 6. félévi iskolai gyakorlatát is).

9.1.3 A matematika tanári oklevélhez nem kell külön szakdolgozatot írni, feltéve hogy a matematikus stb. szakon írt szakdolgozat tartalmaz módszertani/tanítási vonatkozásokat is. Ezek hiányában ilyen témából rövid összefoglaló dolgozatot kell készíteni (a részleteket lásd a PPK honlapján).

9.2 A matematikus szak mellett teljesítendő előadások és gyakorlatok (utánuk zárójelben a 4 féléves teljesítésre ajánlott időbeosztás): Elemi matematika 1–4 (1–4), Első iskolai gyakorlat (2), Geometria szigorlat (2), A matematika tanítása 1–2 (3–4).

9.3 Az alkalmazott matematikus szak mellett teljesítendő előadások és gyakorlatok (utánuk zárójelben a 4 féléves teljesítésre ajánlott időbeosztás): Elemi matematika 1–4 (1–4), Első iskolai gyakorlat (2), Geometria 1–4 (1–4), A matematika tanítása 1–2 (3–4).

9.4 A programtervező matematikus szak mellett teljesítendő előadások és gyakorlatok (utánuk zárójelben a 6 féléves teljesítésre ajánlott időbeosztás): Algebra és számelmélet 3–4 (1–2), Elemi matematika 1–4 (3–6), Első iskolai gyakorlat (4), Geometria 1–4 (1–4), A matematika tanítása 1–2 (5–6), A matematika alapjai 1–2 (5–6), Végtes matematika 1–2 (1–2).

9.5 A fizikus szak esetén a teljesítendő előadások és gyakorlatok azonosak a 2.5-beliekkel, azzal az egyetlen eltéréssel, hogy az Algebra és számelmélet 3 helyett az Algebra és számelmélet 1 végzendő el.

10. Rövid tantárgyi programok

Jelmagyarázat: fé – félév (az ajánlott tanterv szerint), K – kollokvium, S – szigorlat, G – gyakorlati jegy, ef — előfeltétel, ó — heti óraszám, kr — kredit.

Tárgyfelvételi szabályok: Egy kurzus csak az előfeltételek teljesítése után vehető fel, az ajánlott tanterv szerint haladóknál ez természetesen automatikusan rendben van. Ha egy előadáshoz gyakorlat is tartozik, akkor ezeket párhuzamosan kell felvenni, a hozzájuk szükséges előfeltételek teljesen azonosak. Az előadásból addig nem lehet vizsgázni, amíg a gyakorlatból a hallgató a kreditet meg nem szerezte; ha a gyakorlatból megszerezte a kreditet, akkor sikertelen vizsga esetén sem kell és nem is lehet a gyakorlatot megismételnie.

A tárgyak kódolása: ez jelenleg 8 karakterű, az alábbi rendszer szerint. Az első betű a tudományterület, azaz M (matematika), kivéve az informatika tárgynál, ahol I. A 2. és 3. karakter a szak, azaz MT (matematika tanár). A 4. karakter a tagozat, azaz N (nappali alapképzés). Az 5. karakter a kurzus jellege: előadás 1, gyakorlat 2, kombinált 8, speciál előadás 9. Az utolsó három karakter egyedileg az adott kurzust jellemzi, kötelező és fakultációs tárgyaknál két betű a tantárgy jellemzésére, az utolsó szám pedig több féléves tárgyak esetén a félév sorszáma; speciál előadásnál egy betű a témakör (tanszék), utána kétjegyű („nyilvántartási”) szám áll, amelynek nagysága arra is utal, a képzés során (legkorábban) mikor ajánlott a kurzus felvétele.

A) Szakmai alapozás

ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET

AL1. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 1. fé, ef: —. A számelmélet alaptétele, prímszámok, nevezetes számelméleti függvények, kongruenciák. Komplex számok.

AL2. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 2. fé, ef: AL1. Komplex számok (folyt.), mátrixok, determinánsok, lineáris egyenletrendszerek, polinomok és polinomfüggvények.

AL3. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 3. fé, ef: AL2. Vektorterek, bázis, dimenzió. Lineáris leképezések. Algebrák. Csoportok.

AL4. ó:2+1, kr:2+1, S+G, 4. fé, ef: AL3, AN1. Csoportok (folyt.), gyűrűk. Diofantikus egyenletek, algebrai és transzcendens számok. Testbővítések, geometriai szerkeszthetőség.

ANALÍZIS

AN1. ó:2+4, kr:2+6, K+G, 1. fé, ef: —. Halmazelméleti és logikai alapfogalmak. Valós számok. Sorozatok és végtelen sorok. Hatványok.

AN2. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 2. fé, ef: AN1. Határérték és folytonosság. Differenciálhatóság. Függvényvizsgálat, szélsőérték-feladatok. Középértéktételek.

AN3. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 3. fé, ef: AN2. Primitív függvény, Riemann-integrál, improprius integrál. Az integrálszámítás alkalmazásai. Függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok.

AN4. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 4. fé, ef: AN3. Metrikus terek, topológiai alapfogalmak. Közöséges differenciálegyenletek. Jordan-mérték, többváltozós függvények integrálja.

AN5. ó:2+0, kr:2, S, 5. fé, ef: AN4, AL2. (Fakt. gyak: ó:2, kr:2, G.) Többváltozós függvények differenciálszámítása, parciális deriváltak, Jacobi-mátrix. Vonalintegrál.

ELEMI MATEMATIKA

Célja, hogy a középiskolai szintű matematikai ismereteket problémamegoldó képességgé fejlessze és felkészítse a leendő tanárokat arra, hogy tehetséges diákokkal is kellőképpen tudjanak majd foglalkozni. Az alábbi témakörökön kívül feldolgozásra kerülnek még válogatott feladatok az országos tanulmányi versenyek és a Középiskolai Matematikai Lapok anyagából.

EM1. ó:0+2, kr:3, G, 5. fé, ef: AL2, AN2. Algebrai, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek, egyenletrendszerek és egyenlőtlenségek.

EM2. ó:0+2, kr:3, G, 6. fé, ef: AL2, GE1, KO2. Számelmélet. Algoritmusok, játékok. Kombinatorikai alapfeladatok, logikai szitaformula, rekurzív összefüggések. Szintetikus geometria.

EM3. ó:0+2, kr:3, G, 7. fé, ef: GE2. Egybevágóság, hasonlóság és alkalmazásaik szerkesztési és bizonyítási feladatokban. Geometriai egyenlőtlenségek és szélsőérték-feladatok. Térgometria. Vektorok, koordinátageometria.

EM4. ó:0+2, kr:3, G, 8. fé, ef: AN5, VA1. Szélsőérték-problémák, függvényvizsgálat. Sorozatok, sorok. Integrálszámítás. Elemi differenciálegyenletek. Valószínűségszámítás, statisztika.

GEOMETRIA

GE1. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 3. fé, ef: AL2. Vektorok, skaláris, vektoriális és vegyes szorzat. Gömbi geometria. Konvex halmazok, Helly tétele. Az Euler-féle poliédertétel, szabályos poliéderek.

GE2. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 4. fé, ef: GE1. Egybevágóság, hasonlóság, affin transzformációk. Euklideszi szerkesztések. Körök és gömbök, inverzió, sztereografikus vetítés.

GE3. ó:2+2, kr:2+3, K+G, 5. fé, ef: GE2, gyenge ef: AL3. Kúpszeletek, másodrendű görbék. Projektív geometria, homogén koordináták, projektív transzformációk.

GE4. ó:2+2, kr:2+3, S+G, 6. fé, ef: GE3, gyenge ef: AN4. Sík- és térgörbék, érintő, ívhossz. Másodrendű felületek. Terület, térfogat, felszín. A geometria axiomatikus megalapozása. Abszolút geometria, a párhuzamossági axióma, hiperbolikus geometria, modellek.

A MATEMATIKA ALAPJAI

MA1. ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: AL4, GE4. (Fakt. gyak: ó:2, kr:2, G.) Számosságok. A Russel-paradoxon. Jólrendezett halmazok, rendszámok. Transzfinit indukció és rekurzió.

MA2. ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: MA1. (Fakt. gyak: ó:2, kr:2, G.) Logikai alapfogalmak, következtetési szabályok, elsőrendű nyelvek. Modellelmélet. Rekurzív függvények. Gödel nem-teljességi tétele.

A MATEMATIKA TANÍTÁSA

MT1. ó:2 (csoportonkénti szeminárium), kr:3, K (félévi munka alapján), 7. fé, ef: IG1 (első iskolai gyakorlat) és 2 kurzus EM.

MT2. ó:1+1 (csoportonkénti szeminárium), kr:1+2, K(félévi munka alapján)+G, 8. fé, ef: MT1 és 3 kurzus EM.

A matematikatanítás céljai. Tanuláselméletek. Fogalmak tanítása. Bizonyítási módszerek, modellalkotás, problémamegoldó stratégiák, heurisztikus elvek. Az iskolai matematikaanyag fontosabb témaköreinek tanítási kérdései: a számfogalom fejlődése, függvények, elemi és analitikus geometria, trigonometria, algebra, kombinatorika, valószínűségszámítás, differenciál- és integrálszámítás.

NUMERIKUS ANALÍZIS

NA1. ó:0+2, kr:3, G, 6. fé, ef: AL4, AN5, ST2. Hibaszámítás. Nemlineáris egyenletek, húr-, szelő- és Newton-módszer. Lineáris egyenletrendszerek, mátrix normák, iterációs módszerek.

NA2. ó:0+2, kr:3, G, 7. fé, ef: NA1. Lagrange-, Newton- és Hermite-interpoláció, Csebisev polinomok, osztott differenciák, legkisebb négyzetek. Numerikus integrálás: Newton-Cotes-, Csebisev- és Gauss-kvadratura. Differenciálegyenletek megoldása, Runge-Kutta-módszerek.

SZÁMÍTÁSTECHNIKA

ST1. ó:0+2, kr:3, G, 1. fé, ef: —.

ST2. ó:0+2, kr:3, G, 2. fé, ef: ST1.

Szövegszerkesztő, táblázatkezelő, matematikai alkalmazói rendszerek. Programozási alapfogalmak: értékadás, beolvasás, kiírás, kifejezések, elágazások, ciklusok, összetett adattípusok, eljárások, típusalgoritmusok, elemi rendezési módszerek. Alkalmazások: grafika, függvényábrázolás, szimuláció.

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

VA1. ó:3+2, kr:3+3, K+G, 5. fé, ef: AL2, AN2, KO2. Kolmogorov-féle valószínűségi mező. Feltételes valószínűség, teljes valószínűség tétele, Bayes-tétel. Függetlenség. Diszkrét valószínűségi változók, eloszlásuk. Várható érték, szórás. Konvolúció. Generátorfüggvény. Markov- és Csebisev-egyenlőtlenség. A nagy számok gyenge törvényei. Eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. A centrális határeloszlástétel. Statisztikai becslés, maximum-likelihood elv, hipotézisvizsgálat.

VÉGES MATEMATIKA

KO1. ó:0+2, kr:3, G, 1. fé, ef: —. Kombinatorikai alapfeladatok. Rekurziók, Fibonacci-számok. Szita-formula, skatulyaelv. Kitalálós és stratégiai játékok. Gráfelméleti alapfogalmak.

KO1. ó:0+2, kr:3, G, 2. fé, ef: KO1. Catalan-számok. Euler-séta. Ramsey-témakör. Fák és erdők. Hamilton-kör. Síkba rajzolható gráfok. Páros gráfok, párosítások.

B) Fakultációs blokkok

A fakultációs blokkok tematikai időről időre megváltozhatnak, és ennek megfelelően az alábbi tantárgyi programok módosulhatnak.

ALGEBRA ÉS SZÁMELMÉLET FAKULTÁCIÓS BLOKK

LB1. (Lineáris algebra.) ó:2+0, kr:2, K, 6. fé, ef: AL4. Lineáris transzformációk, euklideszi tér. Kombinatorikai alkalmazások. Algebrai kódelmélet.

LB2. (Számelmélet I.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: AL4. Magasabb fokú kongruenciák. Prímszámok eloszlása, prímtesztek. Számelméleti függvények.

LB3. (Absztrakt algebra.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: AL4. Csoportok részletesebb vizsgálata: feloldhatóság, centralizátor, normalizátor, Sylow-tételek, szabad csoportok. Testbővítések Galois-csoportja, algebrai egyenletek megoldhatósága, véges testek és alkalmazásaik.

LB4. (Számelmélet II.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: AL4. Diofantikus approximáció. Nevezetes diofantikus egyenletek. Algebrai számtestek. Kombinatorikus számelmélet. Partíciók.

ANALÍZIS FAKULTÁCIÓS BLOKK

A blokk két, egymástól független programból áll, teljesítéséhez tetszőleges 8 kredit megszerzése elegendő.

I. program

AB1. (Komplex függvénytan.) ó:2+0, kr:2, K, 6. fé, ef: AN5. Reguláris függvények. Komplex vonalintegrál. Cauchy-féle integrálformula. Az algebra alaptétele. Szingularitások. Reziduumszámítás.

AB2. ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: AN5. Baire-féle kategóriatétel. Nullmértékű és első kategóriájú halmazok. Metrikus, szeparábilis és teljes terek.

AB3. ó:2+2, kr:2+2, K+G, 8. fé, ef: AN5. Mértékelmélet. Riesz–Fischer-tétel. Fourier-sorok. Fejér tétele. Hausdorff-mértékek. Banach-féle fixponttétel.

II. program

AB4. ó:2+0, kr:2, K, 6. fé, ef: AN5. Kiegészítések az analízis előadáshoz.

AB5. (Szélsőérték-problémák.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: AN5. Egy- és többváltozós függvények szélsőértékének feltételei. Implicit- és inverzfüggvény-tétel, feltételes szélsőérték. A variációs számítás elemi, optimális folyamatok.

AB6. (Differenciálegyenletek.) ó:2+2, kr:2+2, K+G, 8. fé, ef: AN5. Közönséges differenciálegyenletek és rendszerek megoldásának létezése, előállítása. Lineáris, ill. nemlineáris rendszerek kvalitatív tulajdonságai. Parciális differenciálegyenletek alaptípusai. A Fourier-módszer.

ELEMI MATEMATIKA – A MATEMATIKA TANÍTÁSA FAKULTÁCIÓS BLOKK

EB1. (Demonstráció és kísérletezés matematika órán.) ó:0+2, kr:2, G, 6. fé, ef: 1 kurzus elemi matematika. Az oktatástechnikai eszközök áttekintése a matematika órán való alkalmazhatóság szempontjából. A számítógép és szerepe az oktatás folyamatában.

EB2. (Indoklások, bizonyítások a matematikaoktatásban.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: 2 kurzus elemi matematika. Bruner reprezentációs elmélete. Bizonyítási stratégiák és módszerek. Tankönyvi és tanulói bizonyítások elemzése.

EB3. (Mi a matematika?) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: 3 kurzus elemi matematika, MT1. A matematika mint rendszer, eszköz, illetve tevékenység. Kapcsolata a társadalommal, a természettudományokkal, a logikával, a művészetekkel. A matematikatörténet nagy pillanatai.

EB4. (Válogatott fejezetek az elemi matematikából.) ó:0+2, kr:2, G, 8. fé, ef: 3 kurzus elemi matematika, MT1. Szélsőérték-feladatok, izoperimetrikus probléma. Konvexitás. Kombinatorikus, diszkrét és rácsgeometria, számelméleti vonatkozások. Folytonosság geometriai alkalmazása.

GEOMETRIA FAKULTÁCIÓS BLOKK

GB1. (Diszkrét és konvex geometria.) ó:2+0, kr:2, K, 6. fé, ef: GE3. Mozaikok, pontrendszerek, elhelyezések és fedések, rácsok. Véges geometriák. Konvex halmazok és poliéderek. Szimmetrizációk. Az izoperimetrikus probléma.

GB2. (Topológia és differenciálgeometria I.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: GE4. Metrikus és topologikus terek, folytonos leképezések, homeomorfizmusok. Összefüggőség, kompaktság. Görbék és felületek topológiai vizsgálata (gráfok, Jordan-tétel, Euler-karakterisztika, irányíthatóság, osztályozás). Görbék differenciálgeometriája.

GB3. (Differenciálgeometria II.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: GE4. Ívhossz, szög, felszín. Normálgörbületek. Gauss-görbület. Geodetikus görbék. A Riemann-geometria elemei, állandó görbületű felületek.

GB4. (Nemeuklideszi geometriák.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: GE4. Az Appendix. A hiperbolikus geometria modelljei. Hiperbolikus trigonometria. Transzformációk, az Erlangeni program.

NUMERIKUS MÓDSZEREK FAKULTÁCIÓS BLOKK

A blokk leírását lásd az informatika szak leírásánál.

VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS – MATEMATIKAI STATISZTIKA FAKULTÁCIÓS BLOKK

VB1. (További fejezetek a valószínűségszámításból.) ó:2+0, kr:2, K, 6. fé, ef: VA1. Nevezetes abszolút folytonos eloszlások. Rendezett minták. Rekordok. Véletlen bolyongás. Generátorfüggvény, karakterisztikus függvény. Játékok, elméleti modellek, optimális megállítási. Véletlen választások.

VB2. (Matematikai statisztika.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: VB1. Minta, nevezetes statisztikák. Becslések és tulajdonságaik. A hipotézisvizsgálat elemei. Nevezetes statisztikai próbák. Lineáris regresszió. Szórásanalízis. Monte-Carlo módszerek. Iskolai kísérletek tervezése és kiértékelése.

VB3. (Elemi sztochasztikus folyamatok.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: VB2. Markov láncok. Bolyongásra vonatkozó határeloszlástételek. Felújítási folyamatok. Poisson-folyamat. Születési és halálozási folyamat. Sorbanállás. Megbízhatóságelmélet. Elágazó folyamatok. A Brown-mozgás.

VB4. (Információelmélet.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: VA1. Entrópia, divergencia. Redundancia és nyelvészet. Egyértelműen dekódolható kódok. Bináris kódok, hibajavítás, hibajelzés.

VÉGES MATEMATIKA – ALGORITMUSELMÉLET FAKULTÁCIÓS BLOKK

KB1. (Kombinatorikai feladatmegoldó gyakorlat.) ó:0+2, kr:2, G, 6. fé, ef: KO2. Kombinatorikus („pozíciós”) játékok, mérleg-feladatok, dominó-feladatok. Véges és végtelen Ramsey-tételek.

KB2. (Gráfelmélet és algoritmusok.) ó:2+0, kr:2, K, 7. fé, ef: KB1. Beszúrás, sorbarendezés, összefésülés, mediánskeresés. Egyszerű gráfalgoritmusok (szélességi és mélységi keresés, erős összefüggőség). Extremális gráfelmélet. Gráfszínezések.

KB3. (Számítástudomány.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: KB2, AL3. Kommunikációs játékok, protokoll. Turing-gép, RAM-gép. Nyelvosztályok. NP-teljesség.

KB4. (Halmazrendszerek kombinatorikája.) ó:2+0, kr:2, K, 8. fé, ef: KB2, AL3. Szabályos struktúrák (véges geometriák, latin négyzetek, blokkrendszerek). Extremális kombinatorika (Sperner, Erdős-DeBruijn, Erdős-Ko-Radó tételek, lineáris algebrai módszerek).