

# A BSc-képzés szakdolgozati témái

## Geometriai Tanszék

2022/2023

### 1. téma: Szabadon választható téma

**Témavezető:** A tanszék bármelyik oktatója.

**Rövid leírás:** Ha egy hallgató tetszőleges geometriai téma iránt érdeklődik, akkor témavezetőnek választhatja azt a szakembert, aki ehhez ért, és ebben segítséget tud neki nyújtani.

**Ajánlott irodalom:**

a hallgató és a témavezető megállapodása alapján.

**Szakirány:** bármely szakos hallgató

### 2. téma: Nevezetes görbék és felületek

**Témavezető:** Csikós Balázs

**Rövid leírás:** A klasszikus differenciálgeometriában sok nevezetes görbe- és felületosztályt ismernek, melyek tagjai számtalan szép tulajdonsággal rendelkeznek, és néha a legváratlanabb helyeken tűnnek fel (a ciklois és rokonai, Cassini-féle oválisok, a csavarvonal és általánosításai, állandó Gauss-görbületű, és állandó középgörbületű felületek, minimálfelületek, stb.). A szakdolgozó feladata valamely görbe, vagy felületosztály tulajdonságainak összegyűjtése, rendszerezése, bizonyítása. A görbék és felületek vizsgálatára és ábrázolására ajánlott a Mathematica vagy Maple program használata.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] A. Gray, E. Abbena, S. Salamon: *Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica*.

**Szakirány:** bármely szakos hallgató

### 3. téma: Geometriai egyenlőtlenségek

**Témavezető:** Csikós Balázs

**Rövid leírás:** A geometriában gyakran találkozunk optimalizációs feladatokkal. Ezek közt nagyon sok klasszikus probléma van (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, stb.), és vannak régóta megválaszolatlan kérdések is. Ugyanakkor felvethetők új problémák is, melyeket eddig keveset vizsgáltak. A szakdolgozó feladata valamely klasszikus probléma különböző megoldásainak és általánosításainak áttekintése, vagy egy még megoldatlan probléma vizsgálata.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] D. O. Skljarszkij, N. N. Csencov, I. M. Jaglom: *Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből. II. rész, 2. kötet. Geometriai egyenlőtlenségek és szélsőérték-feladatok*

[\*] D. S. Mitrinović, J. E. Pečarič, A. M. Fink: *Recent Advances in Geometric Inequalities* (Mathematics and its Applications), Kluwer Academic Publishers.

**Szakirány:** bármely szakos hallgató

### 4. téma: A momentumgörbe véges terekben

**Témavezető:** Kiss György

**Rövid leírás:** A  $q$  elemű véges test fölötti  $n$ -dimenziós projektív térben momentumgörbének nevezzük a

$$\{(1 : t : t^2 : \dots : t^n) : t \in \text{GF}(q)\} \cup \{(0 : 0 : \dots : 0 : 1)\}$$

ponthalmazt. A görbének érdekes geometriai tulajdonságai miatt sok kódelméleti és kriptográfiai alkalmazása van. Ezek közül néhány kiválasztott bemutatása és példák konstruálása a leendő szakdolgozó feladata.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

[\*] Kiss Gy. és Szőnyi T.: *Véges geometriák*, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

**Szakirány:** (alkalmazott) matematikus

### 5. téma: Affin szabályos sokszögek

**Témavezető:** Kiss György

**Rövid leírás:** Az affin szabályos sokszögek az euklidészi sík szabályos sokszögeinek affin képei. Bármely háromszög affin szabályos, a négyszögek közül pedig a paralelogrammák az affin szabályosak. Ha egy sokszög oldalszáma négynél nagyobb, akkor viszont „ránézésre” már nem lehet eldönteni az affin

szabályosságot. A leendő szakdolgozó feladata az affin szabályos sokszögek tulajdonságainak összegyűjtése, a hozzájuk kapcsolódó tételek rendszerezése.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] Reiman I. *A geometria és határterületei*, Szalay Könyviadó, Kisújszállás, 1999.

**Szakirány:** bármely szakos hallgató

**6. téma: Vektorazonosságok és alkalmazásaik**

**Témavezető:** Lakos Gyula

**Rövid leírás:** Nevezetes és kevésbé nevezetes vektorazonosságok vizsgálata. Vektorazonosságok alkalmazása elemi vagy projektív geometriában.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] Hajós György: Bevezetés a geometriába.

[\*] Reiman István: *A geometria és határterületei*.

**Szakirány:** tanári.

**7. téma: Körök analitikus geometriája**

**Témavezető:** Lakos Gyula

**Rövid leírás:** Körgeometriai tételek analitikus megközelítésben. Szükséges alapismeretek: A lineáris algebra magabiztos használata.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] Hajós György: Bevezetés a geometriába.

[\*] H. S. M. Coxeter: *A geometriák alapjai*, 6. fejezet.

**Szakirány:** elemző

**8. téma: Lineáris algebra indefinit vektortereken**

**Témavezető:** Lakos Gyula

**Rövid leírás:** Indefinit bilineáris formákkal kapcsolatos témakörök (pl. klasszifikációs eredmények) feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges alapismeretek: A lineáris algebra megbízható ismerete.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] Gohberg, Lancaster, Rodman: *Indefinite Linear Algebra and Applications*.

**Szakirány:** matematikus

**9. téma: Normált terek geometriája**

**Témavezető:** Naszódi Márton

**Rövid leírás:** Az euklideszi távolságot a síkon (általánosabban,  $\mathbb{R}^n$ -ben) kicserélhetjük más távolságfüggvényekre, amik az euklideszitől különböző, érdekes geometriákhoz vezetnek. Lehet például vizsgálni, hogy az euklideszi síkbeli

trigonometria hogyan vihető át egy normált síkba, mi a merőlegesség fogalma, mik az állandó szélességű halmazok, stb.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] A. C. Thompson: *Minkowski Geometry*.

**Szakirány:** matematikus, alkalmazott matematikus

**10. téma: Hadwiger-számok**

**Témavezető:** Naszódi Márton

**Rövid leírás:** Egy  $d$ -dimenziós konvex testet érintő, páronként és a testtel átfedésmentes eltoltjainak száma a test *Hadwiger-száma*. Több izgalmas kérdést lehet vizsgálni ezzel, és általánosabban, páronként átfedés nélküli eltoltak érintési gráffjával kapcsolatban.

**Ajánlott irodalom:**

Különböző cikkek.

**Szakirány:** matematikus

**11. téma: Csomóelmélet, régi és új invariánsok**

**Témavezető:** Némethi András

**Rövid leírás:** A csomóelmélet a háromdimenziós térbeli zárt hurkok elmélete, érdekes találkozása a topológiának, kombinatorikának és a csoportelméletnek. A régi invariánsok is (fundamentális csoport, Alexander polinom, fedőterek szerkezete) már nagyon érdekes képet adnak, az újabbak (Jones vagy HOMFLY polinomok) már egészen misztikusak.

**Ajánlott irodalom:**

[\*] csomóelméleti könyvek, cikkek.

**Szakirány:** mindegyik

**12. téma: 3 dimenziós sokaságok**

**Témavezető:** Némethi András

**Rövid leírás:** A modern topológia alappilléreinek számít a kis dimenziós terek elmélete, de ugyanakkor még nagyon szemléletesek. Ez a dimenzió már érdekes kihívás, még látni lehet a teret, de már érdekesebb módszerek kellenek a szerkesztésekhez, osztályozásokhoz (kombinatorika, csoportok). A bevezető példák: lencseterek, Seifert sokaságok, gráf 3-sokaságok. Kiindulási pont lehet differenciáلتopológia vagy akár algebrai geometria (szingularitás elmélet) fele.

**Ajánlott irodalom:**

**Szakirány:** mindegyik

**13. téma: A fundamentális csoport**

**Témavezető:** Némethi András

**Rövid leírás:** A topologikus terek megértésében és osztályozásában egyik legfontosabb invariáns a fundamentális csoport. Nagyon sok geometriai jelenséget ez a csoport vezérel (miben különbözik az úszógumi a Klein üvegtől vagy a foci labda a projektív síktól). Kapocs a véges és kombinatorikus geometria, csoportelmélet, gráfelmélet, reprezentációelmélet között.

**Ajánlott irodalom:**

**Szakirány:** mindegyik

#### 14. téma: Algebrai görbék

**Témavezető:** Némethi András

**Rövid leírás:** A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zérushelyeként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel.

**Ajánlott irodalom:**

**Szakirány:** mindegyik

#### 15. téma: Trigonometriai tételek a Cayley-Klein-modellben

**Témavezető:** Verhóczki László

**Rövid leírás:** A hiperbolikus geometria legismertebb és leggyakrabban alkalmazott modellje a Cayley-Klein-féle gömbmodell. A szakdolgozó feladata a hiperbolikus trigonometria alapvető tételeinek a Cayley-Klein-modellben történő tárgyalása.

**Ajánlott irodalom:**

Reiman István: *A geometria és határterületei.*

**Szakirány:** mindegyik

#### 16. téma: Geometriai vetítések analitikus leírása

**Témavezető:** Verhóczki László

**Rövid leírás:** A számítógépes grafikában a térbeli alakzatok parallel vagy centrális vetületeinek előállításakor különféle geometriai transzformációkat alkalmaznak. A cél ezen transzformációk részletes leírása és néhány ábrázoló geometriai eredmény analitikus igazolása.

**Ajánlott irodalom:**

Szirmay-Kalos László: *Számítógépes grafika.*

Foley, van Dam, Feiner and Hughes: *Computer graphics, principles and practice,*

**Szakirány:** alkalmazott matematikus

**17. téma: Másodrendű felületek és felületsorok a projektív térben****Témavezető:** Verhóczy László**Rövid leírás:** A projektív tér koordinátázása, a pontok és síkok homogén koordinátái. Koordináta alapalakzatok, koordináta-transzformációk a projektív térben. A másodrendű felületek projektív osztályozása a kanonikus egyenletek alapján. Pólus-polársík kapcsolat egy másodrendű felületre vonatkozóan. Az érintősík, mint polársík. A másodrendű felület kanonikus egyenletének meghatározása az autopólár négyszög felhasználásával. Másodrendű felületsorok. A másodrendű felületsor alapgörbéje, a széteső áthatás tétele.**Ajánlott irodalom:**Kárteszi Ferenc: *Ábrázoló geometria*.Horvay Katalin-Reiman István: *Projektív geometria*.**Szakirány:** mindegyik