

Az MSc-képzés szakdolgozati témái

Geometriai Tanszék

2021/2022

1. téma: Szabadon választható téma

Témavezető: A tanszék bármelyik oktatója.

Rövid leírás: Ha egy hallgató tetszőleges geometriai téma iránt érdeklődik, akkor témavezetőnek választhatja azt a szakembert, aki ehhez ért, és ebben segítséget tud neki nyújtani.

Ajánlott irodalom:

a hallgató és a témavezető megállapodása alapján.

Szakirány: bármely szakos hallgató

2. téma: Integráltranszformációk

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás: Egy \mathbb{R}^n -en értelmezett kompakt tartójú sima f függvény Radon-transzformáltja egy olyan függvény, mely a tér hipersíkjain van értelmezve, és egy hipersíkhöz az f függvénynek a hipersíkon vett integrálja értékét rendeli hozzá. Az elmélet fő kérdése, hogy f miként rekonstruálható a Radon-transzformáltjának ismeretében. A Radon-transzformáció elmélete kulcsfontosságú a modern tomográfiában. A Radon-transzformáció gömbi analogonja a Funk-transzformáció. A Funk-transzformációnak is egy szép elmélete van, mely összefonódik a gömbi harmonikus függvények elméletével. Több konvex geometriai rekonstrukciós probléma hátterében a Funk-transzformáció áll. A szakdolgozat célja a Radon-transzformáció, vagy valamely rokona esetén az alapvető tételek, inverziós formulák és az alkalmazások bemutatása.

Ajánlott irodalom:

[*] Daniel Hug, Rolf Schneider: Kinematic and Crofton formulae of integral geometry: recent variants and extensions.

Szakirány: matematikus, alkalmazott matematikus

3. téma: Geometriai szélsőérték-feladatok és geometriai egyenlőtlenségek

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás: A szakdolgozat célja egy geometriai szélsőérték-feladat megoldása, vagy valamely nevezetes témakör (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, ponthalmaz kontrakcióira nézve monoton geometriai mennyiségek, a Kneser–Poulsen-sejtés stb.) áttekintése.

Ajánlott irodalom:

A kiválasztott témától függ.

Szakirány: matematikus

4. téma: Általánosított sokszögek

Témavezető: Kiss György

Rövid leírás: Az általánosított sokszögek a véges projektív síkokhoz (ebben az értelemben általánosított háromszögek) hasonlóan néhány egyszerű illeszkedési axiómával definiált kombinatorikus struktúrák, melyek szorosan kapcsolódnak véges csoportokhoz és magasabb dimenziós véges terekhez. A diplomamunkában néhány kiválasztott általánosított sokszög geometriai tulajdonságait kellene feldolgozni.

Ajánlott irodalom:

[*] Feit, W. and Higman, G., *The nonexistence of certain generalized polygons*, *J. Algebra*, **1** (1964), 114–131.

[*] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

Szakirány: matematikus

5. téma: Baker-Campbell-Hausdorff formula speciális Lie-algebrákban

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Baker-Campbell-Hausdorff formula, Poincaré-Birkhoff-Witt tétel.

Ajánlott irodalom:

Szakirány: matematikus

6. téma: Hőmag konstrukciója kompakt sokaságokon

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Funkcionálanalízis, az operátorfélcsoportok elméletének alapjai.

Ajánlott irodalom:

Szakirány: matematikus

7. téma: Coxeter-csoportok a geometriában és a topológiában**Témavezető:** Moussong Gábor**Rövid leírás:** A diszkrét transzformációcsoportok között a tükrözésekkel generált csoportokat, illetve ezek absztrakt megfelelőit, a Coxeter-csoportokat ismerjük a legalaposabban. A szakdolgozat a Coxeter-csoportoknak a geometria és a topológia területén adódó újabb alkalmazásait tárgyalhatja.**Ajánlott irodalom:**[*] M. W. Davis: *The geometry and topology of Coxeter groups*[*] H. Hiller: *The geometry of Coxeter groups*.**Szakirány:** matematikus**8. téma: Negatív görbületű sokaságok****Témavezető:** Moussong Gábor**Rövid leírás:** A Riemann-sokaságok elméletének klasszikus kérdéscsoportja, hogy egyes görbületi feltételek milyen következményekkel járnak a sokaság topológiájára nézve. A szakdolgozat ilyen irányú eredményeket vizsgálhat nempozitív, illetve negatív előjelű görbület feltételezése mellett.**Ajánlott irodalom:**[*] W. Ballmann, M. Gromov, V. Schroeder: *Manifolds of nonpositive curvature*[*] M. Bridson, A. Haefliger: *Metric Spaces of Non-positive Curvature*.**Szakirány:** matematikus**9. téma: Helly típusú kérdések****Témavezető:** Naszódi Márton**Rövid leírás:** Helly tétele szerint, ha \mathbb{R}^n -beli konvex halmazok egy véges családjából tetszőlegesen kiválasztott $(n + 1)$ -elemű részcsalád metszete nem üres, akkor az egész család metszete sem üres. Ennek a tételnek rengeteg variánsa van, amelyek már a síkon is, és persze magasabb dimenzióban izgalmas ismert nyitott kérdésekhez vezetnek.**Ajánlott irodalom:**[*] Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*.**Szakirány:****10. téma: Konvex testek metszetei****Témavezető:** Naszódi Márton**Rövid leírás:** A magasdimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszer egy gyönyörű és rendkívül hatásos példája a Dvoretzky-tétel. E tétel szerint tetszőleges k természetes számhoz van olyan n természetes

szám, hogy minden n -dimenziós konvex testnek van olyan k -dimenziós metszete, amely „nagyon hasonlít” az euklideszi gömbre. Ezen tétel bizonyítását, továbbfejlesztéseit, következményeit lehet vizsgálni.

Ajánlott irodalom:

[*] V. Milman, G. Schechtman: *Asymptotic Theory of Finite Dimensional Normed Spaces*.

Szakirány:

11. téma: Konvex test közelítése poliéderekkel

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: Valamilyen módon adott egy magasdimenziós konvex test. Hogyan találunk olyan kevés csúcú vagy kevés hiperlapú poliédert, amely a testet - valamilyen szempontból- jól közelíti? Rengeteg kérdés tehető fel erre a sémára, sokra közülük ismertek jó algoritmusok, becslések, és sok izgalmas nyitott kérdés is van.

Ajánlott irodalom:

Cikkek.

Szakirány:

12. téma: Algebrai csomók

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Polinomok által meghatározott csomók elmélete, az algebrai sík görbék szingularitásait jellemzik. Nagyon sok terület találkozási pontja: algebrai geometria, topológia (homológia), kombinatorika (Newton diagrammok), gráfelmélet (feloldási gráfok), félcsoportelmélet. Pár éve a klasszikus elmélet új lendületet kapott az algebrai görbék szingularitásaihoz rendelt csomók HOMFLY polinomjainak és a görbék Hilbert sémáinak kapcsolatával.

Ajánlott irodalom:

könyvek, cikkek

Szakirány: mindegyik

13. téma: Hirzebruch-Riemann-Roch tétel

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Klasszikus index tételek általánosítása, a sima és algebrai sokaságok indexeit (Euler karakterisztika, szignatúra, Todd osztály, vektornyalábok analitikus Euler karakterisztikái, stb) adja meg karakterisztikus osztályok (Chern, Todd, Euler, Pontrjagin) segítségével. Differenciátopológia, algebrai geometria alaptétele. A globális geometria szinte minden tétele ehhez kötődik, ennek alkalmazása.

Ajánlott irodalom:

könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**14. téma: Komplex hiperfelület-szingularitások****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** Egy egyenlettel megadott terek szingularitásainak lokális leírása, Milnor klasszikus könyve alapján (Milnor fibrum, Milnor fibrálás, monodromia, a lokális csomó és a vele való kapcsolat). Kiindulási pont az algebrai geometria és differenciáلتopológia felé.**Ajánlott irodalom:**

könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**15. téma: Komplex sokaságok kohomológia csoportjai****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** A sima komplex projektív sokaságok kohomológia csoportjainak szerkezete nagyon különleges. Egyik legfontosabb klasszikus tulajdonság a Lefschetz-felbontás (kiindulási tételek: Lefschetz hipersík metszet tétele, és a Hard Lefschetz Theorem).**Ajánlott irodalom:**

könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**16. téma: Komplex felületszingularitások****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** Topológiai szempontból a felület szingularitások csomóit tanulmányozza, ezek 3 dimenziós gráf sokaságok. Analitikus (algebrai geometriai) szempontból analitikus invariánsokat tárgyal (kévekohomológia, geometriai génusz). Konkrétabb téma lehet a Seiberg Witten Invariáns Sejtés, ami a csomó Seiberg Witten invariánsát köti össze a geometriai génusszal.**Ajánlott irodalom:**

könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**17. téma: Algebrai görbék****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zerushelyeként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között

érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel. Magába foglalja a lokális algebrai csomók elméletét, de már az algebrai geometria globális invariánsaira (kohomológiaelmélet) is támaszkodik.

Ajánlott irodalom:

[*] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus

18. téma: Geometriai jelenségek Lorentz-sokaságokban

Témavezető: Szeghy Dávid

Rövid leírás:

Ajánlott irodalom:

Szakirány: matematikus

19. téma: Fénykép-rekonstrukciók

Témavezető: Szeghy Dávid

Rövid leírás:

Ajánlott irodalom:

Szakirány: alkalmazott matematikus

20. téma: Hiperbolikus geometria

Témavezető: Szenthe János

Rövid leírás: A cél Milnor egy cikkének feldolgozása, mely a hiperbolikus geometria rövid történeti összefoglalója után, a hiperbolikus sokaságok kérdésével foglalkozik. Bemutat ismert konstrukciókat és eredményeket. A témában nyitott kérdések is vannak, melyekkel később foglalkozni lehet.

Ajánlott irodalom:

Milnor: Hyperbolic geometry the first 150 years, Bulletin (New Series) Of The American Mathematical Society, Volume 6, Number 1, January 1982

Szakirány: matematikus

21. téma: Speciális részsokaságok konstans görbület Riemann-terekben

Témavezető: Verhóczki László

Rövid leírás: Amennyiben a Riemann-sokaságban vett részsokaság nem hiperfelület, illetve nem görbe, akkor a normális vektornyalábja általában nem lapos. A szakdolgozó feladata olyan részsokaságok konstrukciója konstans görbületű Riemann-terekben, melyeknél a normális vektornyaláb görbületi tenzora eltűnik. Egy ilyen részsokaság esetében a párhuzamos normális vektormezők által

értelmezni lehet az ún. parallel részsokaságokat. További feladat a parallel részsokaságok görbületi jellemzőinek a meghatározása.

Ajánlott irodalom:

[*] M. P. do Carmo: *Riemannian geometry*

[*] B.-Y. Chen: *Geometry of submanifolds*.

Szakirány: matematikus

22. téma: Kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjai

Témavezető: Verhóczy László

Rövid leírás: Az irreducibilis szimmetrikus Riemann-terek osztályozása az egyszerű Lie-csoportok ún. szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározásán alapul. A szimmetrikus Lie-részcsoporthoz el lehet jutni oly módon, hogy vesszük a megfelelő Lie-algebrák involutív automorfizmusait és azoknál a fixen hagyott elemekből álló részalgebrákat. A szakdolgozó feladata a kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározása és jellemzése.

Ajánlott irodalom:

[*] S. Helgason: *Differential geometry, Lie groups and symmetric spaces*.

Szakirány: matematikus