

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar



Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar



A szülők terhei a nyugdíjrendszerben

Biztosítás és pénzügyi matematika mesterszak

Aktuárius specializáció

Szakdolgozat

Témavezető:
Dr. Banyár József

Készítette:
Fodor Péter

Tartalomjegyzék

1. Köszönet nyilvánítás	3
2. Bevezető kérdések	5
2.1. Mi is a nyugdíj?	5
2.2. Hogyan valósul meg?	6
2.3. Milyen egy ideális nyugdíjrendszer?	6
2.4. Miről lesz szó a dolgozatban?	7
3. Gyermekvállalás és nyugdíj	8
3.1. Nyugdíjak magyarországon	8
3.2. A probléma felvetése	10
3.3. A folyó és a feltőkésített rendszer kapcsolata	10
3.4. Humán tőke alapú nyugdíjrendszer	12
3.5. Szülők helyzetének összehasonlítása a két rendszerben	13
4. A Samuelsoni modell újragondolása	16
4.1. Egy lehetséges megoldás	16
4.2. Bemeneti oldal vizsgálata	18
4.3. Kimeneti oldal vizsgálata	19
4.4. Eredmények bemutatása, javítási lehetőségek	20
4.5. A nyugdíjasokat megillető pénzmennyiség	23
5. Nyugdíjasok által felnevelt generáció	25
5.1. A felnevelt gyermekek becslésének módszere	25
5.2. Kor és életkorspecifikus fertilitási szorzó becslése	26
5.3. Eredmények bemutatása	27
5.4. Modellem összegzése	30
6. Kitekintés és összefoglalás	32
6.1. Migráció és nyugdíj	32
6.2. Összefoglalás	33

1. fejezet

Köszönet nyilvánítás

Köszönöm Dr. Banyár József tanár úrnak, aki a humán tőke alapú nyugdíjrendszert megismertette velem és rengeteg jótanáccsal ellátott a dolgozat készítése közben. Köszönöm minden szaktársamnak, akivel együtt tanulhattam és készülhettem az egyetemi évek során. Hálás vagyok családomnak a sok támogatásért és barátnőmnek, aki nem szakított még velem a sok nélkülözés miatt.

„ Some of you may die, but it is a sacrifice, I am willing to make" Lord Farquaad

2. fejezet

Bevezető kérdések

2.1. Mi is a nyugdíj?

Fiatal gyermekként, még nem vagyunk képesek gondoskodni magunkról, viszont vannak szükségleteink. Ekkor segítséget kapunk szülőtől, nevelőtől, államtól. Később, amikor felnőttek leszünk, megjelenünk a munkaerőpiacon, így tudjuk megteremteni magunknak a szükséges javakat, sőt, ekkor még többet is ennél. Azonban, ahogy életünk vége felé közeledünk, ismét eljön az idő, hogy nem tudunk az aktuális jövedelmünkből tisztességesen megélni. Ezt a jelenséget írja le egy szóval az életciklus-deficit/többlet, [[Gál-Szabó-Vargha, 2015](#)]. Egyszerű megoldás, ha időben átrendezzük az erőforrásokat, ezt kétféleképpen is elképzelhetjük:

1. A jövőbeli önmagamtól kölcsönt kérek gyerekkoromban, majd felnőttként félre rakok a saját időskori hiányom fedezésére.
2. Arra számítok, hogy szülőm ad nekem mikor kicsi vagyok, cserébe ő is számíthat rám az időskorában.

Gondoljunk bele részletesebben ebbe a két megvalósításba! Az **1** esetben úgy tűnhet, hogy ez másoktól teljesen függetlenül végbemeget, hiszen a saját pénzemet mozgatom. Az viszont mégis probléma, hogy nem tudok kölcsönt kérni, ha nincs senki aki adna nekem (mert neki az éppen többlet), és nem tudok félrerakni sem, ha nincs senki akinek éppen most szüksége lenne arra a pénzre (mert neki most hiánya van). A **2** esetben nyilvánvaló, hogy eltérő generációk között történik az adok-kapok. Éles szeműek észrevehették, hogy a második esetben az én időskori ellátásom még nincsen megoldva, hiszen ahoz nekem is fel kell nevelni egy gyereket, akire majd számíthatok vagy ha ez nem tetszik nekem, még mindig megtehetem, hogy félrerakok az aktuális többletemből, [[Banyár, 2021](#)].

Azt állítom, hogy a nyugdíj egy olyan konstrukció lehet, amivel az életciklus-deficit/többlet problémát meg lehet oldani, ha megfelelő módon határozzuk meg azt, hogy kik a jogosultak és mekkora jogosultság jár nekik. Jogosultak nyugdíjra akkor leszünk, ha valamilyen módon befektetünk a rendszer működésébe. Egy másik észrevétel, hogy kell egy előző és kell egy következő generáció ahoz, hogy létrejöhessenek a megfelelő transzferek.

2.2. Hogyan valósul meg?

Bár utaltam kölcsön adásra, félrerakásra az előző részben, igyekeztem konkrétan a pénzt nem említeni. Igaz, ha a nyugdíjra gondolunk, akkor az állam által a bankszámlánkra utalt összeg juthat elsőnek az eszünkbe, de ez nem volt mindig így. Hangsúlyozom, hogy amikor az államra hivatkozom, akkor lényegében az a közterhet jelenti, hiszen az állam csak azt tudja adni, amit az állampolgároktól beszed.

Képzeljük el azt a régi modellt, hogy a család azt eszi, amit megtermelnek a földjükön. Aki túl fiatal vagy túl öreg, az nem tud dolgozni, de az egész család azt kapja, amit ma meg tud termelni a munkaképes családtag. Ez jól beleillik a 2 megoldásba. Fontosak a körülmények amik elősegítették, hogy ez a rendszer így jól működjön:

- Gyakori volt, hogy több generáció egy háztartásban élt.
- Természetes következménye volt a házasságnak a gyermek vállalás.

Arra a következtetésre lehet jutni, hogy ez is egy nyugdíjrendszernek tekinthető, csak az állam nem vesz részt, helyette minden tranzakció közvetlenül a családon belül zajlik le, ez az úgynevezett hagyományos nyugdíjrendszer. Hasonlítsuk össze nagyvonalakban ezt a megoldást a jelenlegi magyar rendszerrel és keressünk analógiákat!

Születésünkkel tartanak minket, ez még mindig így van, de már nem csak a családnak. A fejlett országokban az oktatást például az állam finanszírozza és a legtöbb helyen családtámogató programok (állami juttatások) is vannak. Ebből következik, hogy felneveltetésünkért cserébe egy részben a szülőnek, más részben az államnak tartozunk. Akkor fogunk törleszteni, ha már munkaképesek leszünk, adót fizetünk (az államnak), nyugdíjjárulékot fizetünk (minden nyugdíjas részére) és ennek a tetejébe még gyermeket is nevelünk. Vegyünk észre néhány apróságot:

- Hasonlóan a 2 esethez, a saját nyugdíjunktól még egy szó sem esett.
- A járulékból származó nyugdíjjáradék pedig nem csak szülőknak jár, hanem olyanoknak is, akik nem neveltek gyereket. Ez nagy különbség 2-hez képest.
- A saját szülőnek igazából csak közvetlenül szolgáltatok, mert az én egyéni hozzájárulásom a nyugdíjhoz nem kimutatható az ő nyugdíjában. Megint nagyon eltér a hagyományos nyugdíjrendszertől.
- A jelenleg aktívak keresik meg azt a többletet, amiből a nyugdíjterheket (túlnyomó részt) fedezni lehet, ez még ma is így van,

Ezekről a témákról még részletesen szó fog esni, egyelőre annyit szeretnék leszögezni, hogy közös érdekünk egy (amennyire lehet) méltányos és igazságos nyugdíjrendszer létrehozása, ami jól veszi figyelembe azt, hogy ki mennyit fektet be, járul hozzá a rendszer működéséhez, mert a nyugdíj, mint már említettem, nem alanyi jogon jár.

2.3. Milyen egy ideális nyugdíjrendszer?

Felsorolok három szempontot, amik mind elvárhatóak lehetnek egy nyugdíjrendszertől. Az egyes szempontok kifejtésénél példákat is hozok, amik kifejezetten arra az aspektusára hatnak a nyugdíjrendszernek.

1. Fenntarthatóság.
2. Méltányosság.
3. Megfelelőség.

A fenntarthatóság azt jelenti, hogy összhangban van a nyugdíj ígérete mennyisége azzal a pénztömeeggel, amiből ezeket az ígéretek finanszírozni akarjuk. A magyar folyó finanszírozású rendszer tekintetében ez azt jelenti, hogy az a járulék amit az aktívak megtermelnek, fedezni képes a nyugdíjkötelezettségeket. Ez a szempont elsősorban az állam szempontjából fontos. Minden olyan megoldás, ami hatással van a befizetések vagy kifizetések mennyiségére, az érinti a fenntarthatóságot. Kézenfekvő megoldás a nyugdíjkorhatár emelése, ha a fenntarthatóságot akarjuk javítani, hiszen ez egyszerre növeli a hozzájárulók és csökkenti a haszonélvezők mennyiségét.

A méltányosságot az egyén szemszögéből vizsgálom. Akkor tekintem méltányosnak a nyugdíjrendszert, ha egy átlagos állampolgár esetében az a hozzájárulás, amit a nyugdíjrendszerért tett, arányos lesz azzal, amit visszakap tőle. A magyar példát tekintve azt várjuk el, hogy aki egész életében magasabb járulékot (hozzájárulást) fizet, az nyugdíjas korában magasabb járadékot kapjon cserébe. Itt a legfontosabb azt tisztázni, hogy mit értünk hozzájárulás alatt. Több tanulmány íródott arról, hogy a folyó finanszírozású rendszerben a hozzájárulást a gyerekneveléssel kellene összekötni, [[Banyár - Német, 2020](#)].

A megfelelés arra vonatkozik, hogy képes-e a nyugdíjrendszer az ígéretével összhangban teljesíteni. A magyarországi nyugdíj szempontjából a "tisztességes megélhetés biztosítása" lenne a cél, azaz a nyugdíjba menetel pillanatában ne romoljon érezhetően a korábban megszokott életszínvonal. A 13. havi nyugdíj, a nyugdíj indexálása, a járadékok növelése mind emelik a megfelelést.

Sajnos ez a három szempont a jelenlegi rendszerben egymásnak ellentmond. Legszembetűnőbbben a fenntarthatóság és megfelelés, ezért fontos mindig egyszerre nézni a háromat és úgy vizsgálni az esetleges nyugdíj változtatásokat, reformokat.

2.4. Miről lesz szó a dolgozatban?

- A gyermek vállalás és nyugdíj fejezetben röviden bemutatom a magyar nyugdíjrendszert, általánosan a folyó finanszírozású rendszerek működését és működéséből fakadó problémáit. Ezt követően összefoglalom az alternatív humán tőke alapú nyugdíjrendszert és részletesen kitérek a szülők illetve gyermeket nevelők helyzetére.
- Samuelsoni modell újragondolása részben bemutatom saját ötlet alapján egy számítási módszert, aminek célja azt meghatározni, hogy a mindenkori nyugdíjas generáció részére mekkora nyugdíjat lehet összesen kiosztani.
- Az ötödik fejezetben a modellemhez elengedhetetlen adatok becslésének módszerét fejtem ki, majd a kapott eredményeket elemzem.
- Az utolsó fejezet a migráció hatásait járja körül a nyugdíjrendszerek szempontjából. Azért ezt a témát emelem ki zárásul, mert a számításaimat közvetlenül befolyásolja az aktív munkavállalók külföldre költözése.

3. fejezet

Gyermekvállalás és nyugdíj

3.1. Nyugdíjak magyarországon

Elsőnek röviden bemutatom a magyar rendszer főbb jellegzetességeit. Olyan folyó finanszírozású rendszer, amiben a nyugdíjbavonulás pillanatában kiszámolják a kezdő járadék mértékét, majd ezt az értéket indexálják. A kezdő nyugdíj kiszámítása függ az 1988-tól nyilvántartott évi levonásokkal korrigált járulékköteles keresettől, a_i , az adott évekre meghatározott valorizációs tényezőtől v_i , az adott évi foglalkoztatásban eltelt napok számától d_i .

$$X_{t_n} = \frac{\sum_{i=1988}^{t_n} a_i \cdot \prod_{j=i}^{t_n} v_j}{\sum_{i=1988}^{t_n} d_i} \quad (3.1)$$

Az X_{t_n} számlálója azt fejezi ki, hogy a nyugdíjbavonulásig (t_n) eltelt időben megszolgált éves bér mai értékre számolva összesen mennyit ér, ezt osztjuk a foglalkoztatásban összesen töltött napok számával. Ez tehát egy mai értékre számolt egész életpályára vonatkozó napi jövedelmet fejez ki. Ezt az összeget szétkenjük egyenletesen havi értékre:

$$\bar{X} = X_{t_n} \cdot \frac{365}{12} \quad (3.2)$$

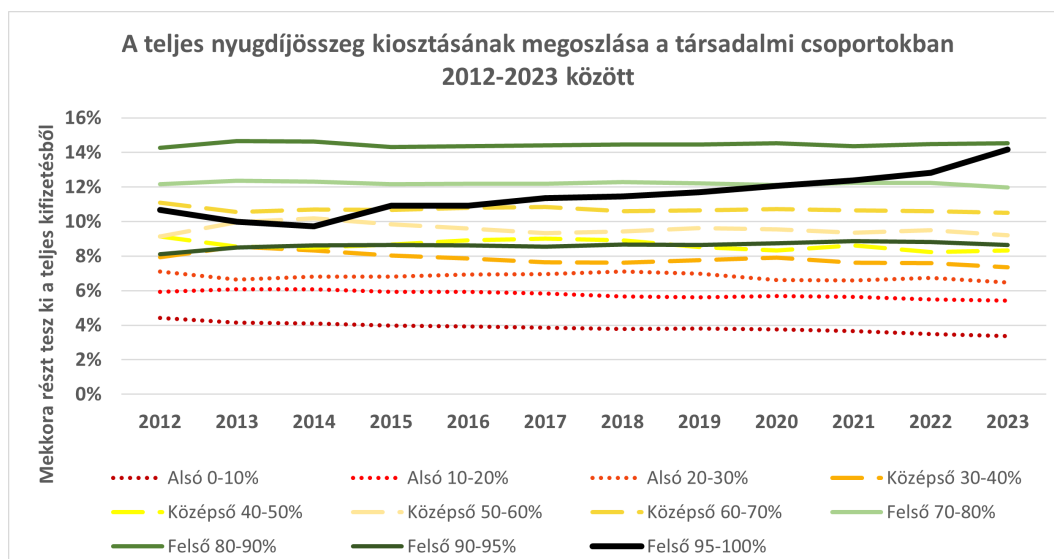
Az, hogy ennek az összegnek hány százalékát kapjuk meg havi nyugdíjként, az a foglalkoztatásban eltöltött évek számától függ 3.1. Tehát, ha 40 évet dolgoztunk akkor a havi nyugdíj amire számíthatunk az éppen $\bar{X} \cdot 0.8$.

Szolgálati idő (év)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Szorzó	43.0%	45.0%	47.0%	49.0%	51.0%	53.0%	55.0%	57.0%	59.0%	61.0%	63.0%	64.0%
Szolgálati idő (év)	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
Szorzó	65.0%	66.0%	67.0%	68.0%	69.0%	70.0%	71.0%	72.0%	73.0%	74.0%	75.5%	77.0%
Szolgálati idő (év)	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50+
Szorzó	78.5%	80.0%	82.0%	84.0%	86.0%	88.0%	90.0%	92.0%	94.0%	96.0%	98.0%	100.0%

3.1. ábra. Szolgálati idő szerinti helyettesítési szorzók.

A számolást kis egyszerűsítéssel [Rézmovits, 2023] alapján végeztem.

Kiemelném az a_i meghatározásánál említett járulékköteleiséget, amit úgy értek, hogy az a_i éves értékébe csak a bérnek az a része tartozik, ami után a személy fizetett járulékot. Ebből természetesen a feketén szerzett jövedelmek kimaradnak, de 1992-2012 között érvényben lévő járuléklafont meghaladó összegek sem tartoztak bele. A plafon eltörlése fenntarthatóság szempontjából ideiglenesen javította a rendszert, mert így a bejövő összeg nagyobb lett, azonban ez csak ideig-óráig jelentett megoldást. Ma elméletileg bármekkora nyugdíjjogosultság megszerzhető mert a_i értéknek nincsen felső korlátja, így számíthatunk arra, hogy a friss nyugdíjasok a jelenlegi átlagosnál magasabb kezdőnyugdíjat fognak kapni. A jelenlegi rendszerben is van egy úgynevezett degressziós tényező, ami akkor lép érvénybe, ha egy adott évben az a_i értéke már meghalad egy bizonyos szintet. Ekkor a szint feletti részek csak 90%-a, egy mégmagasabb szint határ felett csak 80%-a fog számítani. A degresszió lényege, hogy ne legyenek kiugróan magas nyugdíjmegállapítások, viszont nem indexálják automatikusan a határokat. Így (szégyen szemre) 2023-ban már egy átlagos járulékfizető esetében is alkalmazni kell a degressziót [Rézmovits, 2023]. A friss nyugdíjasok egyre növekvő nyugdíjjogosultságát bizonyíthatja, ha megvizsgáljuk az utóbbi évek nyugdíjkifizetések a kifizetés nagysága szerinti bontását¹. A számolást úgy végeztem, hogy a kifizetési sávok közepét alkalmaztam kivéve a legkisebb 40.000 és legnagyobb 500.000+ esetében. A legnagyobb értéket úgy állítottam be 950.000-re, hogy a táblázat alapján számítható teljes kifizetés összege egyezzen meg a tényleges adattal.



3.2. ábra. Kiosztott nyugdíjösszeg nagysága szerinti társadalmi csoportok százalékos részesedése, saját számítás alapján.

Számításaim alapján az összes társadalmi csoportban egy kicsit visszaesik a részesedési arány a leggazdagabbak javára és azt várom, hogy a következő években ez a trend még erősebb lesz, mert időben minél később éri el valaki a nyugdíjkorhatárt, annál több ideje van "visszaélni" a járuléklafon eltörlésével.

A témával részletesebben [Simonovits, 2017] foglalkozik.

¹KSH: Saját jogon járó nyugdíjban és ellátásban részesülők a teljes ellátás összege szerint, január

3.2. A probléma felvetése

A folyó finanszírozású nyugdíjrendszerek elméleti alapját adó cikkben megjelenik a társadalmi szerződés fogalma, miszerint a mindenkori aktívak eltartják az időseket, cserébe öregkorukra számíthatnak arra, hogy őket is el fogják tartani az akkori aktívak [Samuelson, 1958]. Két ellenvetést hoztak fel a cikkkel szemben, az első, hogy abból az implicit (idejétmúlt) feltevésből indul ki, hogy mindig lesz elegendő megfelelően képzett következő generáció, ami majd a megfelelő mennyiségű járulékot befizeti. A mai helyzet az, hogy Európában jellemzően öregedő társadalmakat találunk, ahol a fertilitási ráta elmarad a reprodukcióhoz szükséges szinttől, így a rendszer fenntarthatósága nehézkes. A másik ellenvetés, hogy nincs összhangban az életpálya-finanszírozás egyensúly elmélettel, mert a Samuelsoni társadalmi szerződésben nem esik szó a gyerekekről. A mindenkori aktívaknak tehát nem csak az időseket kell eltartania, de a felnővőben lévő következő generációt is létre kell hoznia, különben nem számíthatnak arra, hogy lesz aki majd az ő járadékuk alapját megtermeli.

A Samuelsoni elveken alapuló mai magyar nyugdíjrendszerben amikor egy állampolgár belép a munkaerőpiacra és járulék köteles bérjövédelmet szerez, úgy keletkezik számára egy nyugdíj ígéret, vagyis az állam neki tartozni fog. Ezt a tartozást nem az ő saját járulékából fogja fedezni a rendszer, mert az ő járulékából az egyelőre idősebb, jelenlegi nyugdíjasok felé felhalmozott tartozás törlesztődik. A kérdés, hogy hogyan tudná egy olyan rendszer teljesíteni a nyugdíjígéreteit, ahol teljesen elválasztódik egymástól a bemeneti és kimeneti oldal. Amikor egy friss nyugdíjas kezdő nyugdíját meghatározzák, akkor lényegében az ő egész életében megkeresett bérét veszik alapul és ez nincs kapcsolatban azzal, hogy mennyi aktív mennyi járulékot lesz képes majd a jövőben befizetni.

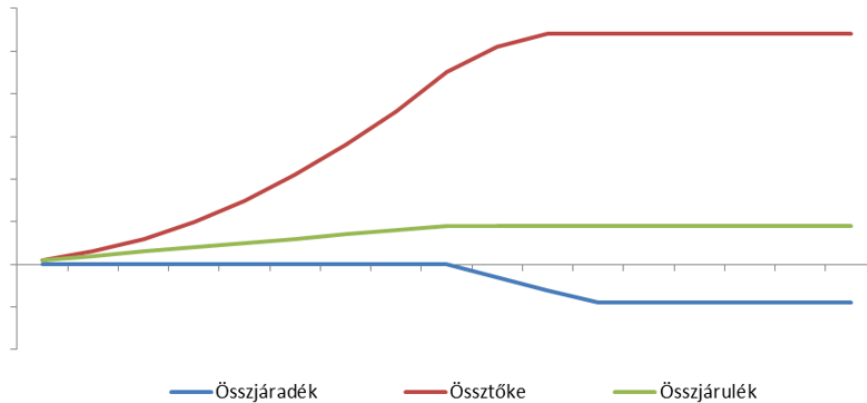
Dolgozatom célja egy olyan nyugdíjmodell felépítése ami szakít a Samuelsoni elvekkel és közelebb hozza egymáshoz a nyugdíjrendszer bemeneti és kimeneti ágát, így becsülve meg azt a reálisan kiosztható nyugdíjmennyiséget, ami a jelenlegi nyugdíjasokat megilleti. Várakozásaim szerint ez a kiosztható pénzösszeg jóval kisebb lesz, mint a jelenlegi kifizetések.

3.3. A folyó és a feltőkésített rendszer kapcsolata

Ebben a részben bemutatjuk a hasonlóságokat egy beérett feltőkésített és egy folyó finanszírozású rendszer között. Az egyszerűség kedvéért az alábbi feltevésekkel élünk:

1. Egy kohorsz tagjai (évenként) egyszerre születnek és létszámuk állandó.
2. Eltekintünk az inflációtól és a tőke kamatozásától.
3. Minden kohorsz ugyanannyi járulékot fizet és ugyanannyi járadékot kap majd idős korára.
4. Minden kohorszban minden életkorban ugyanannyi a várható hátralévő életkor és halálzási arány.

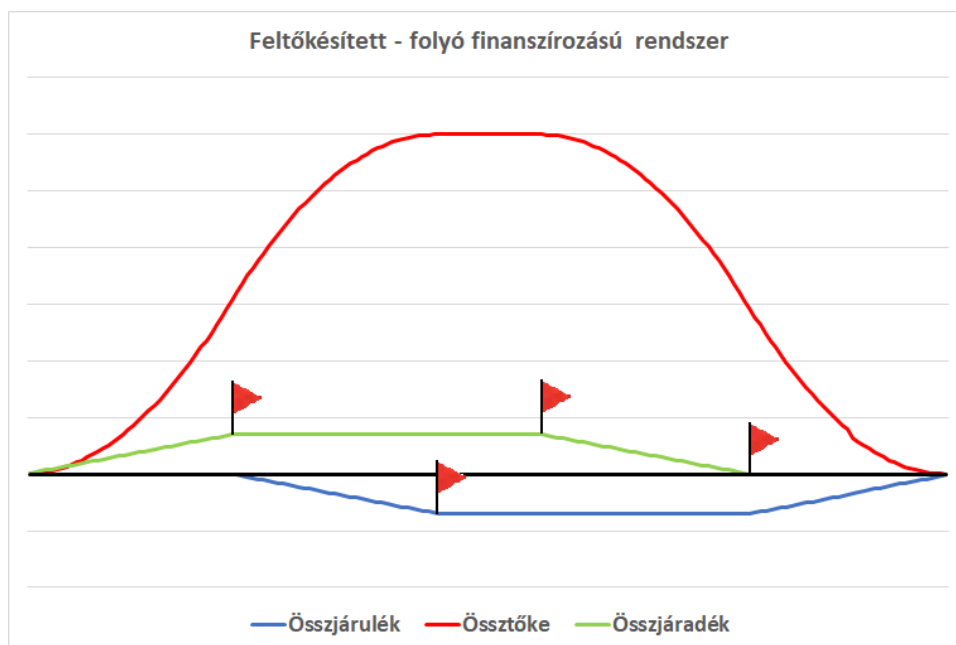
Lényegében ez azt jelenti, hogy a mostani x évesek minden paraméterükben ugyanolyanok mint a k évvel ezelőtti x évesek minden k -ra. A kiinduló helyzet az, hogy a nyugdíjrendszer szempontjából csak 1 kohorsz van, amelyik éppen most kezdi el fizetni a járulékot. Az idő előrehaladtával egyre több kohorsz lép be a rendszerbe, így a járulék és tőke mennyisége évről évre növekvő ütemben nő. Az első nagy változás akkor áll be, amikor a legelsőnek belépett kohorsz nyugdíjba megy. Ez az első pillanat, amikor a járadék nem nulla, mert már vannak a rendszerben nyugdíjasok, ugyanakkor a kohorszok létszámára tett feltevés miatt a járulék szempontjából



3.3. ábra. Forrás:[Banyár, 2011a], a feltőkésített rendszer beérése.

kilépőket éppen ellensúlyozza a frissen érkező új kohorsz, így a járulék mértéke inentől már fixnek tekinthető. Ekkor az ösztőke még mindig növekedni fog, mert még csak egyetlen kohorsz kap nyugdíjat, tehát egy adott évben a járulék befizetés több mint a járadék kifizetés. Akkor tekintjük beálltnak a rendszert, amikor az össz járulék mértéke már nem emelkedik, tehát a legöregebb kohorsz tagjai teljesen eltűntek (meghaltak) már a rendszerből. Ez lesz az a pillanat, amikor már az ösztőke is fix, vagyis egy adott évben az össz járulék éppen megegyezik az össz járadékkal, vagyis klasszikus folyó finanszírozású rendszer áll be, a különbség annyi, hogy ekkor egy hatalmas tőketartaléka is van a rendszernek. Ez a tartalék mindaddig "felesleges", amíg a feltevéseink igazak maradnak [Banyár, 2011b].

Most tegyük fel, hogy nem lép be többé új kohorsz a rendszerbe. Az összjárulék kevesebb



3.4. ábra. A feltőkésített rendszer beérése és kifutása, saját szerkesztés.

lesz mint a járadék, de a különbözetet a tőkéből lehet pótolni. Ezt az állapotot jelöltem az ábrán a harmadik zászlóval, itt kezd el fogyni a felhalmozott tőke. Amikor az utolsó (legfiatalabb)

kohorsz is nyugdíjba megy, akkor már nem lesz aktív (járulékfizető) a rendszerben, negyedik zászló ,de a korábban megképzett tőke éppen fedezni fogja a járadékok mértékét addig, amíg van nyugdíjra jogosult.

A folyó finanszírozású rendszerek bevezetésekor azonban rögtön elkezdtek járulékokat fizetni, tehát olyan kohorszok is kaptak járulékot, akik nem a teljes aktívkorukat töltötték el befizetőként, így nem volt lehetőség ezt a hatalmas tartalékot megképezni. Olyan, mintha rögtön a beérett időponttól indulna a rendszer, amikor is az összjáradék megegyezik az összjárulékkal. A probléma az, hogy amikor itt tesszük fel azt, hogy nincsen több belépő kohorsz, akkor a járadékszintet csak külső pénz bevonásával lehet fixen tartani.

Összefoglalva, a feltőkésített rendszerben nincsen se explicit se implicit adósság, hiszen a romló demográfiai helyzet nincsen hatással a nyugdíjak kifutására, csupán a tartalék fog változni. Szemben a folyó finanszírozású rendszerrel, ami nincsen felkészülve a romló demográfiai helyzetre.

3.4. Humán tőke alapú nyugdíjrendszer

A humán tőke azt jelenti, hogy nyugdíjjogosultság szempontjából elismerjük hozzájárulásként a gyermeknevelést. Azért lehet nyugdíjakat kiosztani, mert van egy fiatalabb termelőképesebb generáció, ezt a természetes gondolatot viszi tovább a humán tőke alapú nyugdíjrendszer úgy, hogy a nyugdíjmegállapítást az alapján számolja, hogy milyen mértékben vett részt a nyugdíjas a következő generáció felnevelésében. Az az ötlet, hogy kössük össze a gyermeknevelést és a nyugdíjat, már jóval a humán tőke alapú nyugdíjrendszer előtt felmerült [Demény, 1987]. Azóta is születnek érvek mellette és ellene is [Kovács, 2012], dolgozatomban nem kívánok állást foglalni ebben a kényes kérdésben, számításaimmal nem indokolni akarok az összekötés mellett.

Mint a legtöbb rendszerben, itt is ugyanaz a kérdés, hogyan osszuk szét a bejövő pénzeket és mennyit oszthatunk ki. A javaslat, hogy hozzájárulás szerint, tehát aki többet tett a rendszerért, annak majd nyugdíjas korára több is járjon. Ugyanúgy az aktívak járulékot fizetnek, amit a jogosultak között osztanak szét, a különbség, hogy ebben a humán tőke alapú rendszerben (HT) nem a járadék fizetés méri a hozzájárulást. Összhangban az életpálya finanszírozás elmélettel, itt a járulékot azért fizetjük, hogy a felnevelésünk költségeit törlesszük, tehát vissza adjuk az idősebb, minket felnevelt generációnak a tartozásunkat. Jogosultságot alapvetően úgy lehet szerezni a HT rendszerben, hogy a következő generáció felneveléséhez hozzájárulunk. Ennek alapvetően kétféle módja lehet:

1. Közvetlenül gyermeket nevelünk
2. Állami rendszereken keresztül adófizetéssel

A jogosultságot a német rendszerhez hasonlóan pontokban lehetne mérni, így az eltérő időpontokban megállapított nyugdíjak szétcsúszásának problémáját is orvosolni lehet 3.2. Azonban (sajnos) muszáj különbséget tenni gyermek és gyermek között. A fő cél az, hogy hozzájárulás szerint nőjön a nyugdíjjogosultságunk, tehát az a gyermek lenne a rendszer szempontjából az "értékesebb", akiből feltehetően jó járulékfizető lesz. Ennek fényében az a javaslat, hogy oktatási illetve szakképzettségi szempontból kell megítélni egy gyermeket. Természetesen a sok diplomával sem garancia a magas fizetésre és nyolc általános nélkül is elképzelhető hogy milliomosok leszünk. Kényes kérdés továbbá ha a gyermek korán eltávozik, esetleg rokkant lesz stb. Ezekkel a problémákkal mind foglalkozni kell, itt most ezt nem tesszük meg, lásd

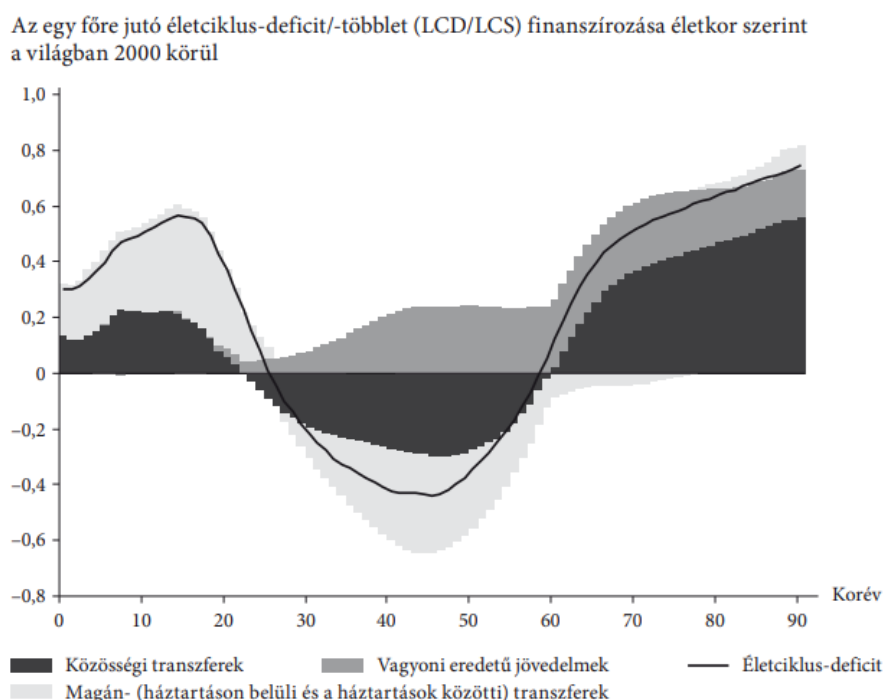
[Banyár, 2020]. A fenntarthatóság szempontjából azért javasolt a HT rendszer, mert összeköti a jogosultságot a következő generáció számával, így semlegesíti a demográfiai változások közvetlen nyomását a nyugdíjrendszerre nézve [Bental, 1989]. Itt a csökkenő gyerekszám nem probléma a nyugdíjrendszer szempontjából, mert ezzel összekapcsolódva a nyugdíjigéret is kisebbek lesznek.

Ez a rendszer egyben méltányos is, mert azoknak fog több nyugdíjat ígérni, akik a következő generáció felnevelésébe pénzt időt és energiát fektettek.

Világos, hogy ha ceteris paribus bevezetésre kerülne a HT rendszer, akkor a gyermeket nevelők jobban, gyermeket nem nevelők rosszabbul járnának, de igazából nem célja a HT rendszernek a gyermek vállalás ösztönzése, inkább a fenntarthatóság biztosítása. A lényeg, hogy gyermeket nevelni egyfajta befektetés és ezt ismerné el a HT rendszer (a jelenlegivel szemben). Akik nem nevelnek gyermeket, az így megspórolt erőforrásokat részben a jövőjük finanszírozására kell majd fordítaniuk, hiszen ők csak az állami rendszereken keresztül közvetetten szereznek majd jogosultságot. A gyerektelenekre egy külön feltőkésített részrendszer vonatkozna a HT rendszerben ennek tárgyalása nem célja a dolgozatnak, lásd [Banyár, 2020].

3.5. Szülők helyzetének összehasonlítása a két rendszerben

Szülő alatt a továbbiakban azt értjük, aki a nevelésben aktívan részt vesz, függetlenül a vérszerinti kapcsolattól. A már említett életpálya finanszírozás elméletben megfigyelhető egy asszimmetrikus felosztás, ez látható a következő ábrán: Arra hívja fel a figyelmet, hogy gyermek-



3.5. ábra. Asszimmetrikus felosztása a transzfereknek [Gál-Szabó-Vargha, 2015]

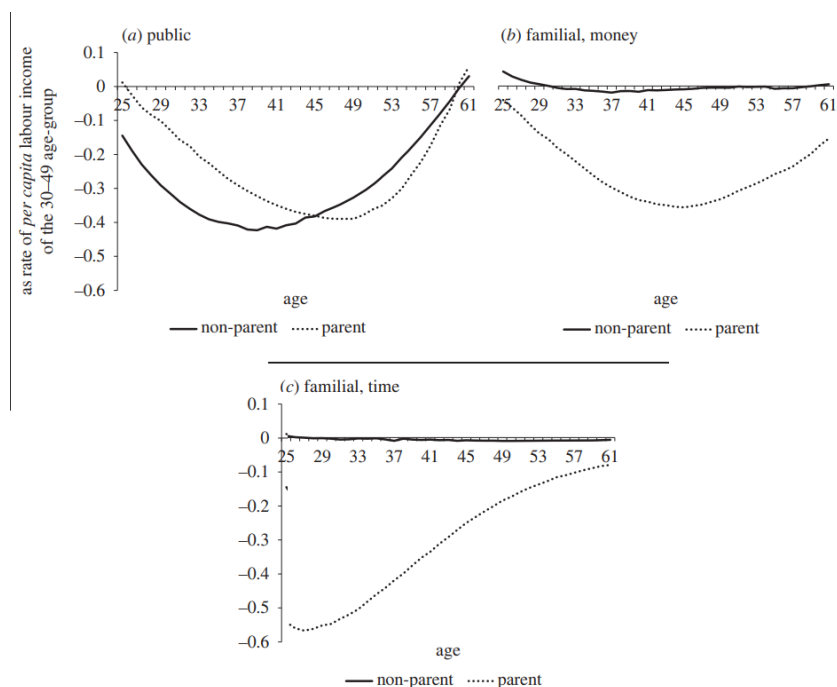
korban és időskorban eltérő forrásokból származik a deficit pótlása. A közösségi transzferek időskorban, (pl. nyugdíj, egészségügyi ellátás), könnyebben mérhetőek, szemben a gyermekkorban fellépő "láthatatlan" magán transzferekkel, amiket csak becsülni lehet. A háztartási munkát és a gyermeknevelés költségét általában kétféle módszerrel szokták megállapítani.

Az egyik, hogy kiszámolják mennyit keresett volna a szülő, ha inkább dolgozik (input árazás), a másik lehetőség, hogy az eredmény felől nézik és azt adják meg, hogy mennyibe kerülne, ha ezeket a munkákat a "piacon" megvásárolnák (output árazás). Összességében a szerzők [Gál-Szabó-Vargha, 2015] amellet érvelnek, hogy a nem fizetett háztartási munkát is számítva, valójában a gyermeknevelésnek nagyobbak a költségei aktívakra nézve, mint az idősebb generáció ellátásának terhe. Ráadásul ez a nagyobb költség elsősorban a közvetlenül a szülőket érinti. A tanulmány alapján közelítőleg $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ arányban oszlik meg szülő és társadalom között a gyermeknevelés költsége, befektetése. Azonban a felnevelt gyermek amikor járulékot fizet, (vagyis a humán tőke befektetés elkezd hozamot termelni), akkor a folyó finanszírozású rendszer nem veszi figyelembe az eltérő mennyiségű befektetés mértékét, amikor a nyugdíjat az életpálya kereset alapján osztja szét. Bár a magyar nyugdíjformula explicit nem bünteti a szülőséget, mert a kiesett munkabért ellensúlyozza a foglalkoztatásban eltelt napok száma, mégis implicit megjelenik a hátrány, ha figyelembe vesszük a gyermeknevelés miatt fellépő karrier törést, vagy a munkaerőpiacra való visszalépés nehézségeit.

A gyermeknevelést [Vanhuysse-Medgyesi-Gál, 2023] tanulmány három jól elkülöníthető csatornán keresztül vizsgálja.

1. Közösségi transferek
2. Családon belül termékek transzfere
3. Családon belül időtranszfer

A közösségi transferek az egyetlen olyan csatorna, amin keresztül minden aktív dolgozó támogatni tudja a következő generáció felnevelését, idetartoznak az adók, szociális hozzájárulások. Azonban ez a fajta hozzájárulás igényli a legkevesebb időbefektetést is.



3.6. ábra. Forrás: [Vanhuysse-Medgyesi-Gál, 2023], szülők és nem-szülők terheinek összehasonlítása

A családon belüli termékek transzfere például ruha vagy étel, amit a gyermeknek szánunk, de ide tartoznak még a játékok, zeneóra finanszírozása, sport foglalkozások, valójában minden, amit közvetlenül megvásárolunk a gyermek számára. Ez már összetettebb feladat mint "csak" adót fizetni, mert különóra vinni-hozni, hangversenyt meghallgatni és így tovább, tehát ez egy plussz energia befektetés a szülő részéről. Ráadásul, az adóval ellentétben, azt a pénzt időt és energiaforrást saját fogyasztásából vonja el, annyival kevesebb jut saját magára. A szerzők ezt egyfajta családon belüli redisztribúcióval magyarázzák, az a családtag (általában a szülő), aki többet termel mint amennyit fogyaszt, finanszírozza a deficitese családtagokat (a gyerekeket). Erre lehet egyfajta adóztatásként is gondolni, mert aki gyereket nevel, így lemond a saját keresetének egy részéről. Ez azonban nem olyan nyilvános vagy egyértelmű, mint az adó, amit nyilvántartanak. Vásárlásnál, ebédfőzésnél nem választjuk le, hogy mennyi ebből a gyerek miatt fellépő plussz költség.

A családon belüli időtranszfer leginkább a nemfizetett házimunka és gyerekefelügyelet. Külön kitérnek rá a szerzők, hogy akik kisbabát nevelnek, azok egy percre sem hagyhatják felügyelet nélkül a csecsemőt, de erre sem szoktunk úgy gondolni mint munka, pedig a bébiszitter költségével ezt is lehetne mérni.

Ezt a három dimenziót vizsgálva becsülték meg, a a szülőség plussz költségét és az alábbi eredményre jutottak a szülők és nem-szülők összehasonlításában 3.6:

Ha csak a közösségi transfereket számoljuk, akkor a $\frac{P}{nP}$ azaz szülő és nem-szülő értéke 0.73 körül mozog, mert egy gyermeket nem nevelő többet tud dolgozni, jobban tud a karrierjére koncentrálni, így magasabb fizetésből több adót is fizet, így jobban tud hozzájárulni a gyermeknevelés költségeinek fedezéséhez ebből a szempontból. De hozzávéve a másik két dimenziót is, ez a szám bőven 2 akár 2.5 felé is emelkedik a tanulmány szerint a vizsgált országokban.

Természetesen vannak gyermeknevelést támogató programok, de ezek mértéke eltölpül a számítások szerinti költségekhez képest és egyébként sincs egyetértés abban, hogy pénzbeli juttatásokkal kéne megtéríteni a gyermeknevelés költségeit, például alternatíva lehet a szülők munkaerőpiacra való visszatérésének segítése.

4. fejezet

A Samuelsoni modell újragondolása

4.1. Egy lehetséges megoldás

A mindenkori aktívak eltartják a mindenkori nyugdíjasokat, ezt a Samuelsoni alapgondolatot megőrizve, de azzal módosítva, hogy a mindenkori nyugdíjasokat az általuk felnevelt generáció fogja eltartani. Ez azt jelenti, hogy a teljes nyugdíjas generáció számára kiosztható pénztömeget annak függvényében határozzuk meg, hogy ezek a nyugdíjasok mennyiben járultak hozzá a következő generáció felneveléséhez.

Eredményoldalról nézzük a hozzájárulást, tehát a felnevelt gyerekek szemszögéből és azt próbáljuk megbecsülni, hogy egy gyermek várhatóan milyen járulék fizető tud lenni, ezt a legmagasabb iskolai végzettsége alapján vizsgáljuk. Gyerekpontokat fogunk kiszámítani hipotetikus átlagos életpálya-cashflow modell segítségével három szintű legmagasabb iskolai végzettséget vizsgálva.

A modellben a gyerekre inkább befektetési eszközként kell tekinteni. A befektetés most a gyerek felnevelésének és iskoláztatásának a költsége, azzal a feltételezéssel, hogy minél magasabb iskolai végzettséget ér el a gyermek, annál nagyobb a szülő részéről tett befektetés mértéke. A másik indok a modell mellett, hogy a nyugdíjigéretet kapcsolatba hozza a következő generáció teljesítési képességével. Most nem célok konkrét nyugdíj kalkulálása, hanem a nyugdíjas generációt valamilyen értelemben megillető pénzmennyiséget próbálok becsülni. folyó finanszírozású rendszerek konstrukciója miatt jelentős szerepe van a demográfiának ezt már Samuelson is említette biológiai kamat formájában. Azaz ha van elég aktív, akkor többet tudunk kifizetni, ha nincs akkor kevesebbet, feltéve, hogy nem fogunk az esetleges többletből tartalékot képezni. Ebben a megközelítésben viszont nem lenne ilyen biológiai kamat, mert csak az a generáció élvezheti a több gyermek előnyét, amelyik többet is fektetett a felnevelésbe és tér nyílik esetleges tartalék képzésére is, mert nem feltétlenül osztanánk ki a bejövő összes pénzmennyiséget. Ezt úgy érjük el, hogy a mindenkori aktívakat két csoportba osztjuk, aszerint, hogy szüleik már nyugdíjasok-e (A_1 csoport) vagy sem (A_2). A mindenkori nyugdíjasok járadékát úgy határozzuk meg, hogy az általuk nevelt generáció (A_1) járulékfizetései várhatóan fedezni tudja a kiígért jogosultságokat, így az A_2 csoport járulékait addig tartalékba helyezhetjük. Feltevésem szerint a jelenlegi nyugdíjrendszer túlköltekezését az A_2 csoport tagjai által befizetett járulék mennyiségével lehet becsülni.

A hagyományos "nyugdíjrendszerben" a család együtt élt, együtt alkotott egy szorosabb közösséget és pénz áramlás nélkül, szolgáltatással valósult meg az idősekről való gondoskodás.

Az idősebb generáció megélhetése közvetlenül függött az általa felnevelt gyermekek számától, azok termelési képességétől. A folyó finanszírozású rendszerek ezzel szemben generációk között működnek, a fiatalabb generáció ellátja az idősebbet, de közvetlenül nincs hatása a gyerek járulékának mértéke a szülőt megillető nyugdíjösszege. Már voltak és vannak olyan modellek, amelyek felvetik a gondolatot, hogy a gyerek járulékának egy része közvetlenül a szülő nyugdíjába menjen [Demény, 1987], egy ilyen nyugdíjmodellt mutatok be a következő fejezetekben. A fő gondolat, hogy nem az aktuális havi járulékfizetését tekintjük a gyermeknek, hanem az egész életpályája során várhatóan fellépő befizetéseket.

Modellem nem Samuelsoni elveket követ, mert nyugdíjjogosultságot alapvetően gyerekneveléssel lehet szerezni. De abban eltér a HT rendszertől is, hogy egy szülő nyugdíját a saját gyermekének várható teljesítőképességével határozza meg. Valójában a bemutatott ötletem a teljes kiosztható nyugdíjösszeget akarja megragadni, a tényleges szétosztásról valójában konkrétan nem állít. Ennek oka, hogy a gyermek felnevelése, mint korábban írtam 3, több csatornából tevődik össze, viszont egyszerűsítés miatt a továbbiakban a gyermek által generált nyugdíjpénzáram teljes egészét a szülői kapják fele-fele arányban (ez megint egy egyszerűsítés).

A modell alapelve, hogy amikor a gyermek belép a munkaerőpiacra, akkor az ő járulékfizetéseinek várható jövőértéke egyezzen meg a szülő járadékának várható jövőértékével, a szülő nyugdíjmegállapításának pillanatában. Ez a megközelítés nagyon hasonlít Giday András és Szegő Szilvia írásaihoz [Giday - Szegő, 2012], [Giday - Szegő, 2020], de nálam nem plussz juttatásként jelenik meg a gyermek keresetével kalkulált nyugdíjjogosultság, hanem teljes egészében ez adja a pénzáram alapját.

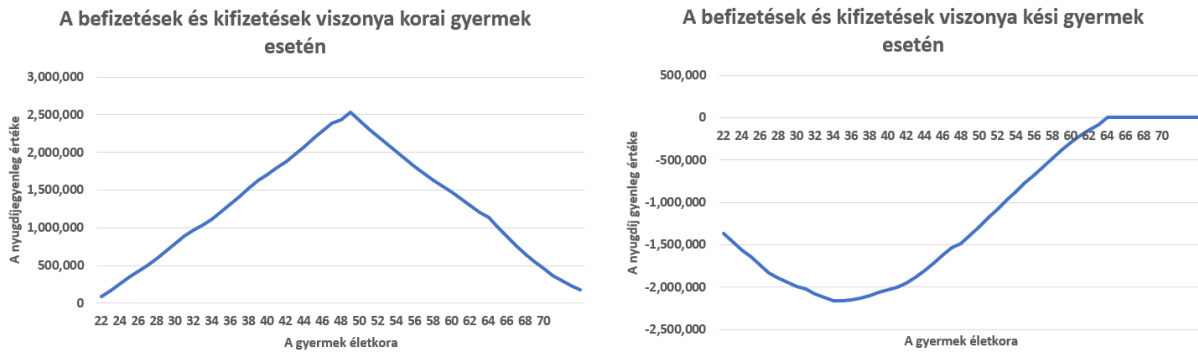
Egy tipikus esetben a befizetések és kifizetések a következőképpen viszonyulnának egymáshoz, ha azt feltételezzük, hogy a gyermek nagyjából 22 évesen belép a munkaerőpiacra és szülője nagyjából 30 évvel idősebb nála:



4.1. ábra. Saját számítás a modell alapján, járulék és nyugdíj viszonya.

A gyermek fiatalkorában még a szülő is munkaképes, ekkor a tartalék épül, majd amikor a szülőnek elkezdik folyósítani a nyugdíját, ez a tartalék fogyni kezd. Ahogy a szülő öregedik valószínűségi alapon a várható nyugdíjkifizetések csökkennek, így fog az egész rendszer egyensúlyi 0 szinten zárulni. Mivel 2023-ban átlagosan 30 éves az anya a gyermeke születésekor, ezért neveztem ezt az általános esetnek. ¹

¹KSH: Élveszületések az anya és az újszülött főbb jellemzői szerint



4.2. ábra. Saját számítás a modell alapján, járulék és nyugdíj viszonyának lehetséges esetei.

Természetesen egy-egy szülő-gyermek párra előfordulhat a gyermek korai halála, vagy a szülő "túl sokáig" marad életben, ekkor deficites maradna az egyenleg, de előfordulhat a szülő korai halála is, ami szufficitet okoz. Az egész generációt tekintve azonban remélhetjük az egyensúly megmaradását.

A Samuelson típusú folyó finanszírozású rendszerrel ellentétben tehát itt képeznék tartalékot. Tartalékot plussz tőke bevonása nélkül úgy lehet képezni, ha nem osztjuk ki a teljes nyugdíjbevételeket. A modell értelmében egy aktív járulékfizető járuléka vagy tartalékképzésre, vagy a jelenlegi nyugdíjasokat megillető összeg finanszírozására fordulna. A fenti ábrákkal összhangban ha a gyermek szülője még nem nyugdíjas, akkor tartalékot képzünk a járulékkal. Amikor a szülő nyugdíjas, akkor gyermekének addigi tartalékát is fel lehet már használni a nyugdíjasokat megillető összeg megteremtéséhez.

Egy ilyen rendszer előnye lehet, hogy a kifizetési oldalt közvetlen kapcsolatba hozza a bemeneti oldallal, továbbá a biológiai kamat (esetleg negatív kamat) a megfelelő generációt érintené.

A következő fejezetekben részletesen bemutatom a modell felépítésének részleteit. Az egyik nagy kérdés, hogy mekkora nyugdíj adható egy gyermek után, ezt vizsgálom a bemeneti és kimeneti oldal szerint. Utána rátérek arra, hogy a mindenkorai nyugdíjasokat megillető kifizetést egy lehetséges módon meghatározom.

4.2. Bemeneti oldal vizsgálata

Feltevéseink a modellben a gyerekekkel kapcsolatban:

1. Magasabb iskolai végzettség az magasabb bruttó átlagbérez vezet.
2. Magasabb iskolai végzettség kedvezőbb halandóságot és kevésbé töredezett életpályát okoz.
3. Magasabb iskolai végzettséggel később lép be a munkaerő piacra és várhatóan hosszabb ideig képes munkában állni.
4. Minden típusú gyerekekhez feltételezzük, hogy munkábaállásának elején és legvégén kevesebbet keres.
5. Azt feltételezzük, hogy minden gyermek Magyarországon fog munkátvélni egész élete során.

6. A modellt csak olyan családokra írom fel, ahol két szülő van és a gyermek által létrehozott nyugdíjjogosultságból ugyanakkora arányban részesülnek.

Ha a két szülőnek több gyereke is van, akkor minden gyerekre külön külön meghatározzuk az utána járó nyugdíjmennyiséget és ezeket összeadjuk. Természetesen rengeteg variáció létezik egy családban, lehet a gyermek árva, lehet félárva, ilyen esetekkel nem foglalkozom ebben a dolgozatban. A modellben azt vizsgálom, hogy egy gyerek egész életpályája során várhatóan mennyit tud járulékfizetésével hozzájárulni a nyugdíjrendszerhez. A gyerek bruttó keresetét tekintem az egyéni és a szochó hozzájárulás alapjának is, egy fix 20% -os járulékkulcsot feltételezve, ami csak a nyugdíjrendszerbe kerülő részét akarja mérni a járuléknak. A bruttó reálbérindexet is fixnek tekintem, korábbi évek adatai alapján nagyjából $b = 2.2\%$ -körüli értéket választva. Egy adott képzettségű gyerekekre az alábbi formula adja meg a mért hozzájárulás mértékét:

$$X = \sum_{t=\omega}^{\Omega} K \cdot B_t \cdot P_t \cdot T_t \cdot J \quad (4.1)$$

, ahol

- ω a munkábaállásának időpontja és Ω amikor elhagyja a munkaerőpiacot
- B_t a t időpontban aktuális átlagos reálbér, $B_t = B_0 \cdot b^t$.
- P_t annak a valószínűsége, hogy még életben van ez a munkavállaló a t időpillanatban.
- T_t összefoglalva jelenti a töredezett életpályát, a munkakezdéskori kisebb bért, esetleg a külföldi munkát is bele lehet építeni, tehát $T_t \in [0, 1] \forall t$.
- J a járulékkulcs (20%) és K lesz a képzettségből származó szorzó, tehát azt mutatja meg, hogy az átlagos bruttó reálbér mennyi részét keresi ez a munkavállaló.

Valójában $K^s, P_t^s, T_t^s, \omega^s$ és Ω^s kellene hogy szerepeljen, mivel a kereset, az életbenmaradás a töredezett életpálya és a munkábaállítás kezdete és vége mind függ attól, hogy milyen végzettségű a gyerek, $s \in [CF_8, CF_K, CF_F]$, ahol CF_8 a legfeljebb 8 általánost végzetteket, CF_K akik legfeljebb középszintű végzettséggel és CF_F akik felső fokú végzettséggel rendelkeznek.

Úgy vettem, hogy egy évben csak egy havi járulékot fizet be a gyerek, hasonlóan a szülő esetében is csak évi egy nyugdíjat kap majd. Ennek csak akkor van jelentősége, ha nem akarunk élni az évközbéli egyszerűsítéssel és éven belül is számítunk elhalálozást, bérindex változást stb. Ezekről én most eltekintettem.

4.3. Kimeneti oldal vizsgálata

Az előző részben eredményül kapott X pénzmennyiséget hasonlítjuk össze a modellben egy hipotetikus szülő kívánatosnak gondolt nyugdíjával. Ezt a mindenkori nettó átlagbér és a helyettesítési ráta segítségével határoztam meg. A jelenlegi nyugdíjrendszerben 40 év munkában állással 80% - os helyettesítési ráta szerezhető, így ezt használtam irányadónak. A jelenlegi nyugdíjrendszertől eltérően végig a bruttó bérindexel fogom indexálni a nyugdíjakat is. A mindenkori átlagos nettó bér alkalmazását azzal indoklom, hogy a nyugdíjak vásárlóerejét szeretném megtartani.

Az alábbi formula adja meg a szülő várható nyugdíjtömegét

$$Y = \sum_{t=\Gamma}^{\infty} N_t \cdot P_t \cdot H \quad (4.2)$$

, ahol

- Γ a nyugdíjazás időpontja, H a helyettesítési ráta
- N_t a nettó átlag reálbér a t időpillanatban, $N_t = N_0 \cdot b^t$.
- P_t most a szülő életbenlétének a valószínűsége a t időpillanatban, remélem a jelölés egyezősége nem okoz problémát.

Vegyük észre, hogy Γ és Ω kapcsolatban áll egymással, ez pedig attól függ, hogy a gyerek születése pillanatában mennyi idős volt a szülő. A képleteket nem bonyolítottam el ennek jelölésével, de az eredmények bemutatásakor ez is fontos szempont lesz, addig tekintsük úgy, mintha 30 lenne ez az életkor.

Mivel itt a szülőt hasonlítjuk össze a saját gyerekével, így a szülő esetében P_t -t úgy kell érteni, hogy tudjuk, hogy (feltevésünk szerint) 30 évesen még életben volt a szülő, hiszen született gyermeke.

A két mennyiség hányadosa: $\frac{X}{Y}$ azt próbálja megragadni, hogy ennek a kívánatos nyugdíjmennyiségnek egy adott iskolázottságú gyerek mennyied részét tudja kitermelni a nyugdíjrendszerben, ha a hányados 1-hez közelít, az azt jelenti, hogy hosszszetileg egyensúlyban áll a gyerek várható hozzájárulása és a szülő várható nyugdíjjáradéka.

Vegyük észre, hogy az $N_t \cdot H$ szorzat, vagyis ez a kívánatos nyugdíjszint valójában csak összehasonlítási szerepet tölt be. Átparaméterezéssel az egyensúly pillanatában az alábbi egyenletet kapjuk:

$$X = Y = \heartsuit \sum_{t=0}^{\infty} b^t \cdot P_t \quad (4.3)$$

ahol b az állandónak feltételezett bruttó reálbérindex. Ekkor \heartsuit értéke fogja megadni azt a kezdő nyugdíjmennyiséget, amivel a szülő járadéka egyensúlyban áll a gyermek befizetéseivel. Mivel korábban $N_t = N_0 \cdot b^t$ és H csak egy konstans, így valóban $\heartsuit = N_0$ választással ugyanarra az eredményre jutunk.

4.4. Eredmények bemutatása, javítási lehetőségek

Először összefoglalom az alkalmazott feltételezéseket

1. A szülőkre érvényes korhatár minden számított évben 65 év volt.
2. A b bruttó bérindexet konstans 2.2%-nak választottam.
3. A P_t halálozási valószínűségeket a megfelelő évi periódikus táblából, illetve a jövőre vonatkozó becsléseket Lee-Carter modell segítségével határoztam meg².

²A Lee-Carter modellből származó becslések előállításáért külön köszönet illeti Kelemen Viktória és Kópé Boglárka szaktársaimat.

4. Minden gyerek kategóriára azt feltételezem, hogy első 10 évében 0.8-ról 1-ig lineárisan felnő a karrierszorító, utolsó 10 évében pedig 1-ről ugyanilyen ütemben 0.8-ra vissza-csökken.

5. A járulékkulcsot minden évben 20% -nak vettem.

A gyerekekre vonatkozó feltételezéseket az alábbi táblázat foglalja össze:

Feltételezett paraméterek az eltérő kategóriákban			
	CF_8	CF_K	CF_F
Életkora a munkába lépés pillanatában	18	22	24
A bruttóbér hányadrészét tudják megtermelni	0.7	0.9	1.4
Halálozási valószínűségek torzítása	1.1	1	0.9
Életkora a munkából kilépés pillanatában	63	65	67
Ténylegesen végigdolgozott évek száma	35	37.5	40

4.3. ábra. Eltérő feltételezések a gyerekek paramétereiben.

A halálozási valószínűségek torzítása azt jelenti, hogy az adott évben érvényes q_x -et szoroztam a választott konstans értékkel. Ilyen csekély módosítás számításaim szerint nem okoz nagy eltérést munkaképes életkorok nagyrésztében, inkább 60 éves kor felett kezd igazán számítani, addig a legalacsonyabban és legmagasabban iskolázott gyermek életbenlételének valószínűségének eltérése általában kevesebb mint 4%. Pontos modellt nem építettem, ami az eltérő iskolai végzettségekhez tartozó halálozási valószínűségeket becsli, azért választottam ilyen csekély eltéréseket, mert azt feltételezem, hogy inkább időskorban mutatna nagy differenciálódást.

Az iskolai végzettség szerinti várható bruttó bérre vonatkozó feltételezést 2019-2022 évekre vonatkozó KSH adatokból következtettem.³

Az így kapott modell eredményeit 4.4 táblázat tartalmazza. Ugyanilyen táblázatot kaptam CF_8 , CF_K és CF_F gyerekekre külön-külön, az alábbi táblázat az előző három súlyozott értékeit mutatja. A súlyokat KSH adatok alapján rendre 15, 50 és 35 százaléknak feltételeztem.⁴

A 4.4 táblázat egy adott oszlopában olyan szülők pontjai szerepelnek, akik ugyanabban az évben születtek, de eltérő életkorukban vállaltak gyereket. A táblázat egy adott sorában olyan szülők pontjai szerepelnek, akik ugyanabban az életkorban vállaltak gyereket, de eltérő évben születtek. Azt az elvárásunkat igazolja a modell, hogy időben előrehaladva egyre kevesebbet ér egy gyermek vállalása. Ennek fő magyarázata a halandóság javulása, így a szülőkre vonatkozó P_t valószínűségek egyre nagyobbak idős korban, tehát a nyugdíjat várhatóan tovább kapják. Meglepő viszont az, hogy ugyanabban az évben született szülőhöz tartozó pontérték növekszik, ha a gyermekvállalás időpontját halasztja. Ennek magyarázatához három tényező együttes hatását kell vizsgálni.

1. Csecsemőhalandóság javulása növeli a pontértéket, mert nagyobb valószínűséggel fog egy gyermek életben maradni és járulékfizetővé válni.

³KSH A teljes munkaidőben alkalmazásban állók bruttó átlagkeresete a legmagasabb iskolai végzettség szerint

⁴KSH A 25–64 éves népesség megoszlása iskolai végzettség szerint [%]

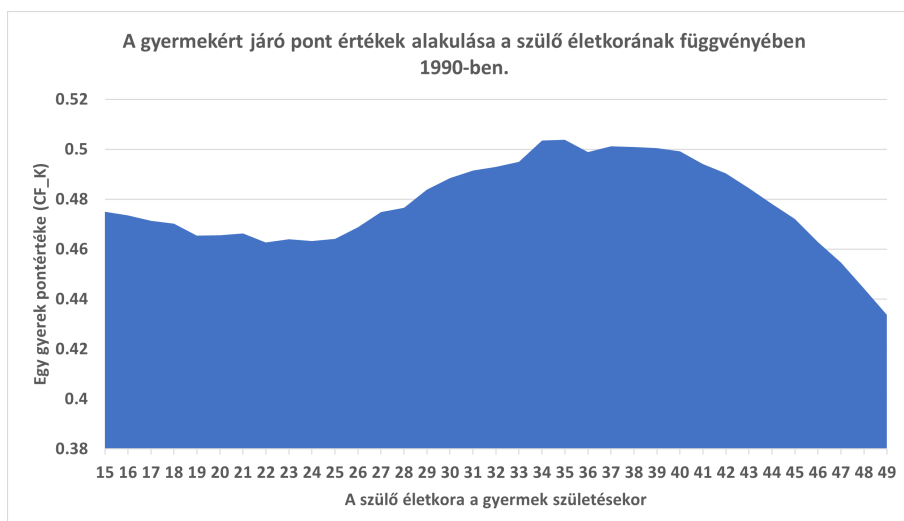
A 65 éves szülő egy gyermek után járó átlagos gyermekpontja év és a szülővélválás életkora szerint													
	2018	2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
15	0.361	0.359	0.357	0.354	0.352	0.349	0.345	0.343	0.341	0.339	0.336	0.334	0.332
16	0.368	0.366	0.364	0.361	0.358	0.353	0.353	0.350	0.347	0.346	0.341	0.340	0.337
17	0.376	0.373	0.371	0.368	0.363	0.362	0.360	0.356	0.354	0.351	0.347	0.346	0.343
18	0.383	0.382	0.378	0.373	0.372	0.369	0.367	0.364	0.360	0.358	0.353	0.352	0.349
19	0.392	0.389	0.384	0.383	0.380	0.377	0.375	0.370	0.367	0.365	0.360	0.359	0.355
20	0.400	0.395	0.394	0.391	0.388	0.385	0.381	0.377	0.374	0.371	0.367	0.364	0.361
21	0.406	0.405	0.402	0.399	0.396	0.391	0.389	0.384	0.381	0.378	0.373	0.371	0.368
22	0.416	0.414	0.411	0.407	0.403	0.399	0.396	0.391	0.388	0.384	0.379	0.378	0.376
23	0.425	0.423	0.419	0.414	0.411	0.406	0.403	0.398	0.394	0.391	0.387	0.386	0.383
24	0.434	0.431	0.426	0.422	0.418	0.413	0.410	0.404	0.400	0.398	0.394	0.393	0.391
25	0.442	0.438	0.434	0.429	0.425	0.420	0.415	0.411	0.408	0.406	0.402	0.401	0.398
26	0.449	0.446	0.440	0.436	0.432	0.426	0.422	0.419	0.416	0.414	0.410	0.408	0.406
27	0.457	0.452	0.447	0.443	0.438	0.432	0.430	0.426	0.424	0.422	0.417	0.416	0.414
28	0.463	0.460	0.454	0.449	0.444	0.440	0.438	0.434	0.432	0.429	0.425	0.424	0.423
29	0.471	0.467	0.460	0.456	0.453	0.448	0.446	0.442	0.439	0.436	0.434	0.433	0.431
30	0.478	0.473	0.467	0.464	0.461	0.457	0.454	0.450	0.446	0.445	0.442	0.441	0.439
31	0.485	0.480	0.476	0.472	0.469	0.465	0.462	0.457	0.455	0.454	0.451	0.449	0.447
32	0.492	0.488	0.484	0.480	0.477	0.473	0.469	0.467	0.464	0.462	0.459	0.457	0.455
33	0.501	0.497	0.493	0.489	0.485	0.480	0.479	0.476	0.473	0.470	0.468	0.466	0.464
34	0.510	0.506	0.501	0.497	0.493	0.490	0.488	0.484	0.481	0.479	0.476	0.474	0.472
35	0.519	0.515	0.510	0.505	0.503	0.499	0.496	0.493	0.490	0.487	0.485	0.483	0.480
36	0.528	0.523	0.518	0.515	0.512	0.508	0.505	0.502	0.498	0.496	0.494	0.491	0.489
37	0.536	0.531	0.528	0.524	0.521	0.516	0.514	0.510	0.507	0.505	0.502	0.500	0.498
38	0.545	0.542	0.538	0.533	0.530	0.526	0.522	0.519	0.516	0.513	0.511	0.510	0.507
39	0.555	0.551	0.547	0.542	0.539	0.534	0.531	0.528	0.525	0.523	0.521	0.519	0.517
40	0.565	0.560	0.556	0.551	0.547	0.544	0.541	0.537	0.535	0.533	0.531	0.529	0.528
41	0.574	0.569	0.565	0.560	0.557	0.554	0.550	0.548	0.546	0.543	0.541	0.540	0.538
42	0.583	0.579	0.574	0.570	0.567	0.563	0.561	0.558	0.556	0.554	0.552	0.550	0.549
43	0.593	0.588	0.584	0.581	0.577	0.574	0.572	0.569	0.567	0.565	0.563	0.562	0.561
44	0.604	0.600	0.596	0.592	0.589	0.587	0.584	0.582	0.579	0.578	0.576	0.575	0.574
45	0.616	0.612	0.608	0.605	0.602	0.599	0.597	0.595	0.593	0.591	0.590	0.589	0.587
46	0.629	0.625	0.622	0.619	0.616	0.614	0.611	0.609	0.608	0.606	0.605	0.604	0.603
47	0.643	0.640	0.637	0.634	0.632	0.629	0.627	0.625	0.624	0.622	0.621	0.620	0.619
48	0.659	0.657	0.653	0.651	0.648	0.646	0.644	0.643	0.641	0.640	0.639	0.637	0.636
49	0.677	0.674	0.672	0.669	0.667	0.665	0.663	0.662	0.660	0.659	0.657	0.656	0.656

4.4. ábra. A modell eredményeit összefoglaló táblázat.

2. A pénz időértéke (a bruttó reál bérindex) annál jobban növeli pontértéket, minél nagyobb a korkülönbség szülő és gyermek között. Ha b értékét nullának választjuk, akkor ez a hatás eltűnik.
3. Aki 49-évesen vált szülővé, nagyobb eséllyel éli meg a nyugdíjas éveit (mert nem tud 49 éves koránál korábban meghalni), ez csökkenti a pontértékét.

Mivel a gyermekhalandóság sokkal magasabb volt az 1950-es években mint ma, így ennek hatása csak korábbi években látványos. A táblázat értékei 1990-ben olyan szülőkre vonatkoznak, akik 1925-ben születtek, így az erre vonatkozó pontértékeket még jelentősen befolyásolta a gyermekhalandóság változása. A 2015 és utána következő évekre már nem látszik ez a pukli, tehát azt kapjuk, hogy minél később vállal gyermeket a szülő, annál kevesebb lesz az érte járó pontérték 0% bruttó bérindexet feltételezve.

A pénz időérték és bruttó bérindex viszonyánál fontos azt látni, hogy a modell egy hipotetikus nyugdíj pénzáramot hasonlít össze egy hipotetikus járulékfizetéssel. Azonban minél nagyobb a korkülönbség a szülő és gyerek között, annál nagyobb lesz az időbeli eltolódás a két pénzáram között. Hiába, hogy mindkét mennyiséget indexáljuk a bérindexel, ha a szülő 49 éves volt a gyermek születésekor, akkor azok a befizetések, amiket a gyermek 60 éves korában fog várhatóan teljesíteni, már sokkal nagyobbak lesznek a bérindex miatt. Itt megemlítem, hogy elmentében azzal, amit 3.2 ábra sugall, a friss nyugdíjak értéke kisebb kéne hogy legyen, mert egy



4.5. ábra. Ha bruttó bérindexet 0%-nak feltételezzük, akkor az 1990-hez tartozó gyerekpontértékek.

gyermek felneveléséért egyre kevesebb pont fog járni. Most is szétcsúszhatnak a nyugdíjjaik, de ez most a javuló halandóság és romló fertilitással magyarázható.

Gyengesége a modellnek, hogy jelen állapotában ösztönöz a késői gyerekvállalásra. Büntetni kellene az időbeli eltolódást a várható kifizetések és a nyugdíjösszegek között. Egy lehetséges módosítás lehet, hogy azokra az időkre, amikor 4.1 ábra szerint negatívba fordul az egyenleg, a hiányt egy hitelkonstrukcióval lehetne fedezni, ami plussz költséget jelentene kései gyermekek esetében. Ez persze nem a gyermeknek lenne plussz költség, csupán az ő általa generált pénzáram érne kevesebbet, így az őérte kapott gyerekpont alacsonyabb lenne.

Probléma az is, hogy a gyermek után járó nyugdíjjogosultságot csak az anya és gyermeke adataiból határozzuk meg, de a felét a jogosultságnak az apa fogja kapni. Javításképpen az apának járó részt az apa - gyermek korkülönbség és férfi halandóság segítségével kellene számolni, az anyának járó részt pedig a női halandóságból.

4.5. A nyugdíjasokat illető pénzmenyiség

Ha már meghatároztuk, hogy egy gyermek teljesítőképesége mekkora nyugdíjmennyiséget hoz létre, akkor a következő lépés, hogy megszámoljuk a nyugdíjpontokat a jelenlegi nyugdíjasok között.

Nem találtam jól használható adatot, ami a született gyerekeket az anyjuk életkora szerint csoportosítja, így erre is modellt készíték. A Human Mortality Database magyarországra vonatkozó populációs adatait használtam annak meghatározására, hogy mennyi szülőképes nő volt az adott időszakban, továbbá használtam a születések számára vonatkozó adatbázist is, ellenőrzés, illetve adott korcsoporthoz tartozó fertilitási arány számítására.

Mivel a gyerekpontok függenek a szülő és gyermek korának eltérésétől és az aktuális évszámtól is, ezért olyan táblázatra van szükségünk, ami az összes nyugdíjas korcsoportra (65+) tartalmazza a szülővénválás életkora szerint bontva azokat a gyermekeket, amit az adott korcsoport még élő tagjai neveltek fel. Egyszerűsítés kedvéért átlagos gyerekponttal fogok számolni, jelölje $C_8^{t,s}$, $C_K^{t,s}$ és $C_F^{t,s}$ a gyerek típusokhoz tartozó X/Y arányt t évben és s szülő-gyermek korkü-

lönbség mellett ($C_8^{t,s}$, legmagasabb 8 általános, $C_K^{t,s}$, legmagasabb középszintű, $C_F^{t,s}$ legmagasabb felsőfokú végzettséggel rendelkezik). Ekkor a kiosztható teljes nyugdíjtömeg az alábbi formulával kapható meg 2023-ban:

$$S = \sum_{t=1988}^{2023} \sum_{s=15}^{49} (C_8^{t,s} \cdot M_{C_8}^{t,s} + C_K^{t,s} \cdot M_{C_K}^{t,s} + C_F^{t,s} \cdot M_{C_F}^{t,s}) \cdot N_{2023} \cdot H \quad (4.4)$$

, ahol $M_{C_8}^{t,s}$ jelenti azon gyerekek számát, akinek a szülője olyan ma is élő nyugdíjas hogy t évben volt éppen 65 éves, és s éves volt a gyermeke születésekor. Azért tart a külső szumma 1988-tól, mert a ma 100 éves nyugdíjasok 1988-ban mentek nyugdíjban ezért rájuk az akkor érvényes kiszámított gyerekpontot kell alkalmazni. Hangsúlyozzuk, hogy $M^{t,s}$ meghatározásában azok a gyerekek is benne vannak, akik esetleg t évben már nincsenek életben, a pontot attól még utánuk is számítunk a szülőnek.

Egyszerűsítésképpen a $M^{t,s} = M_{C_8}^{t,s} + M_{C_K}^{t,s} + M_{C_F}^{t,s}$ értékét fogjuk megbecsülni, majd az adott évfolyam iskolai végzettségének bontása szerinti arányokban fogjuk szétosztani az egyes gyerekkategóriákba.

Itt már torzítunk, mert a jobb pénzügyi helyzet indikálja a magasabb életkort, így joggal feltételezhető, hogy többségben vannak a nyugdíjasok közt a magasabb iskolai végzettségűek, akiknek várhatóan a gyermekei is magasabb iskolaivégzettségűek. Ha összehasonlítjuk a 2011⁵ és 2023⁶-mas évi népesség összetételt iskolai végzettség szerint, akkor azt tapasztaljuk hogy a 2011-ben 45-55 évesek megoszlása eltér a 2023-ban 55-65 évesek megoszlásától, pedig valójában ugyanazokat az embereket méri fel. Míg 2011-ben a megoszlás nagyjából 19 – 62 – 19% úgy 2023-ban ez már 14 – 62 – 24% -ra módosult. Ez vagy azt jelenti, hogy azok akik 2011-ben a legfeljebb nyolc általánost végeztek, 10 év alatt elkezdtek egyetemi diplomákat gyűjteni, vagy az eltérő halálzási valószínűségeket támasztja alá.

⁵KSH: Népszámlálás iskolázottság 2011

⁶KSH: A 25–64 éves népesség megoszlása iskolai végzettség szerint

5. fejezet

Nyugdíjasok által felnevelt generáció

5.1. A felnevelt gyermekek becslésének módszere

Először a születési oldalról vizsgáljuk meg a fertilitási rátát, amivel azt lehet becsülni, hogy várhatóan egy nő hány gyermeket hoz világra élete során: *from Gál 2005 fertility effects*

$$\text{TFR} = \sum_{i=15}^{49} \frac{B_i}{N_i} = \sum_{i=15}^{49} f_i, \quad (5.1)$$

ahol B_i azon született gyermekek száma, akik édesanyja éppen i éves volt, N_i pedig az i éves nők száma a populációban a vizsgált időszakban. A formula gyengesége, hogy olyan nő persze nincs, aki az adott időszakban egyszerre leéli az életét 15-49 éves koráig. Úgy, ahogy a kohorsz és periodikus halandósági táblák esetében a q_i halálozási valószínűség, itt is a $\frac{B_i}{N_i}$ korszecifikus arány időben változik. Ez természetes ha figyelembe vesszük azt, hogy a nők (és férfiak) iskolázottsági szintje és aránya is emelkedik, ezzel egyidejűleg tolódik későbbre a gyermekvállalási hajlandóság. Tehát a TFR alkalmazásával a következő időszakban születő gyerekek számát felül becsüljük, ha a gyermekvállalási hajlandóság csökkenő tendenciát mutat. Ugyanakkor minden korosztályra javulnak a várható hátralévő élettartamok, a folyó finanszírozású rendszer szempontjából tehát egyre kevesebb aktívra hárul a feladat, hogy eltartsa az egyre több nyugdíjast.

A gyerekek számát az anyukák irányából közelítjük, legyen n^t azon nők száma, akik t évben éppen 65 évesek, továbbá legyen f_s^t az az arány, ami megmutatja, hogy a t évben egy s éves nő mennyi gyereket hoz várhatóan a világra. Vigyázat, f_s^t és n^t képletekben t általában nem lesz ugyanaz, mert n^t olyan nők akik t évben 65 évesek, tőlük a t évben nem számíthatunk gyerekekre. A szorzatokban tehát eltérő t időpontok lesznek a kitevőkben. Feladatunk ekkor a bevezetett jelölésekkel az alábbi módon írható le,

$$M^{t,s} = n^t \cdot f_s^{t-65+s}. \quad (5.2)$$

Tehát szavakkal kifejezve a t évben 65 éves nőket a $t - 65 + s$ évben érvényes s korú nőkre vonatkozó fertilitási szorzóval szorozva kapjuk meg $M^{t,s}$ becslését, tehát azon gyermekek számát, akiknek az édesanyja t évben még élő 65 éves és ez az anya ezt a gyermeket éppen s éves korában szülte. Azért nem a TFR-el számolunk, mert szeretnénk figyelembe venni az életkor és korszecifikus fertilitási szorzó változását. Ha csak szimplán TFR $\cdot n^t$ szorzatot akarnánk használni, akkor először is el kéne döntenünk, hogy melyik évhez tartozó TFR értéket alkalmazzuk,

de akármelyiket is választjuk, a becslésünk az azt a feltevést fogjuk alkalmazni, hogy nagyjából 35 éven keresztül nem változik a fertilitás. Ekkor gondolhatunk arra, hogy ne egy konkrét TFR értéket használjunk, hanem valahogy átlagoljuk az adott időszakban. Ekkor futunk bele a másik problémába, hiszen hiába átlagoljuk a TFR értékét, egy nő nem ugyanolyan valószínűséggel fog szülni az eltérő életkoraiban. Egy lehetséges megoldást javaslok f_s^t számítására a következő fejezetben, ami igyekszik kezelni az említett problémákat.

Szóval 2023-ban a nyugdíjasok által felnevelt gyerekek számát a következő formulával közelítem:

$$\sum_{k=0}^{35} \sum_{s=15}^{49} M^{2023-k,s} = \sum_{k=0}^{35} \sum_{i=15}^{49} n^{2023-k} \cdot f_s^{2023-65+s-k} \quad (5.3)$$

Azért megy k értéke csak 35-ig, mert így a 2023-ban legfeljebb 100 éves nőket modellezem. Ebben az életkorban már kevesen vannak életben, másrészt adatokat csak 1950-ig visszamenőleg találtam, viszont egy ma 100 éves nő 1938-ban volt 15 éves, így már itt is becslésekre kellett hagyatkozzam a fertilitási szorzó tekintetében. A becslések nagy bizonytalansága és a 100+ éves nők csekély száma miatt éltem ezzel az egyszerűsítéssel.

5.2. Kor és életkorspecifikus fertilitási szorzó becslése

A becsléshez először egy feltevéssel éltem rögzített t év mellett az $f_s^t, s \in [15, 49]$ alakjával kapcsolatban. Feltevésem szerint $\forall t$ esetén az $f_s^t, s \in [15, 49]$ alakja egy jobbra ferde gauss görbe alakjára hasonlít, és t növelésével a görbe csúcspontja egyre jobbrább, tehát későbbre tolódik. A becsléshez egy ψ^t diszkrét valószínűségi változót használok úgy, hogy egy alkalmasan megválasztott R^t érték mellett rögzített t esetén teljesülnek az alábbi tulajdonságok:

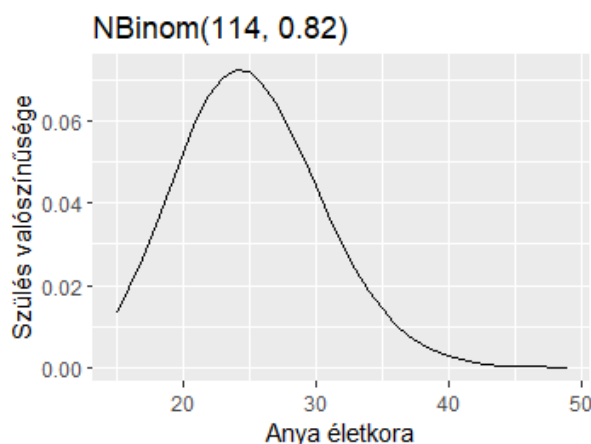
1. $\forall s \in [15, 49]$ esetén $R^t \cdot P(\psi^t = s) = f_s^t$,
2. $\sum_{s=15}^{49} P(\psi^t = s) \approx 1$,
3. $\sum_{s=15}^{49} P(\psi^t = s) \cdot R^t \approx \text{TFR}^t$,
4. $\sum_{s=15}^{49} n^t \cdot R^t \cdot P(\psi^t = s) = \sum_{s=15}^{49} n^t \cdot f_s^t \approx \sum_{j=15}^{49} B_j^t$.
5. $E(\psi) = A^t$

, ahol B_j^t jelentése a 5.1 képlet alapján azon t évben születettek száma, akiknek anyukája éppen

j éves volt, ekkor $\sum_{j=15}^{49} B_j^t$ megadja a t évben született gyermekek számát. A t évben jelölje A^t a nők átlagos életkorát a gyermekük születésekor. Feltevéssünk szerint A^t időben előrefele haladva növekszik, míg $A^{1980} \approx 25$ volt, addig $A^{2020} > 30$.

Az első valójában nem is tulajdonság, ez maga a becslés meghatározása, úgy, hogy a becslésben szereplő R^t konstans és ψ^t valószínűségi változó rendelkezzen a többi tulajdonsággal. A második elvárás természetesen adódik, de kényelmi szerepet is betölt az egyszerűbb jelölésekért. A harmadik és negyedik pont nagyjából ugyanazt jelentik, mindkettő azt fejezi ki, hogy az így kapott f_s^t értékek segítségével kifejezhető a t évben születettek száma.

Egy konkrét t -ra az alábbi módon határoztam meg az f_s^t értékeket: Legyen $t = 1980$, elsőnek válasszunk egy megfelelő ψ^{1980} valószínűségi változót:



5.1. ábra. Egy lehetséges választás f_s^{1980} alakjára.

Legyen tehát ψ^{1980} eloszlása NB(114, 0.82), ekkor $E\psi = 0.18 \cdot \frac{114}{0.82} \approx 25$ és az is teljesül, hogy $\sum_{s=15}^{49} P(\psi = s) \approx 0.98$. Ha elfogadjuk ezt az alakot az 1980-ban szülőképes korú nőkre, akkor R^{1980} értékét megkaphatjuk úgy is, hogy a megfelelő évi TFR egyezzen, de úgy is, hogy a megfelelő évi születésszám egyezzen. Előbbi esetben egyszerű a dolgunk, mert $\sum_{s=15}^{49} P(\psi = s) \approx 0.98$, tehát $\frac{\text{TFR}}{0.98} = R^{1980}$ megfelelő választás. Ez ugyanahoz az eredményhez kell hogy vezessen (elméletileg TFR definíciója alapján), mintha a termékeny korú nők számát és az adott évben született gyermekeket használnánk fel.

Az alábbi táblázat tartalmazza az alkalmazott ψ^t valószínűségi változók paramétereit (végig NB eloszlást feltételezve).

r és n	0.82 ; 100	0.82 ; 103	0.82; 105	0.82; 108	0.82 ; 110	0.82,112	0.82,114	0.82,116	0.82,118	0.82 ; 120
Év	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980	1985	1990	1995
0.82, 125	0.82, 130	0.84, 155	0.84, 158	0.84, 160	0.84, 166	0.84, 169	0.84, 172	0.84, 175	0.84, 178	0.84;180
2000	2005	2010	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050

5.2. ábra. Lehetséges választások a negatív binomiális eloszlás paramétereire.

A hozzájuk tartozó R^t értékek meghatározása után a közbülső éveket a legegyszerűbb lineáris becsléssel töltöttem ki:

$$f_s^{t+x} = f_s^t + x \cdot \frac{f_s^{t+5} - f_s^t}{5}, x \in [1, 4] \quad (5.4)$$

5.3. Eredmények bemutatása

Az eredményeket főleg a 2023-mas évre koncentrálni mutatom be. Az alábbi táblázat tartalmazza az $M^{t,s}$ táblázat egy részletét:

A táblázat első eleme ($n^{2023} \cdot f_{15}^{1973}$) azt mutatja, hogy 2023-ban is élő, ekkor 65 éves nők összesen mennyi gyermeket hoztak világra 15 éves korukban. Érdekes jelenség, hogy a szülő életkorát

	15	16	17	18	19	20
65	2458.3	3530.9	4839.9	5866.5	6793.8	7541.0
66	2746.0	3932.1	5374.4	7032.9	8157.2	9067.0
67	2892.7	4129.4	5627.6	7344.2	9202.1	10241.1
68	2949.2	4196.8	5702.2	7420.7	9274.2	11156.2
69	2699.5	3751.4	5081.3	6593.5	8218.4	9862.5
70	2435.3	3373.4	4462.3	5773.0	7175.8	8589.8
71	2473.6	3415.6	4503.6	5689.8	7052.1	8419.6
72	2469.2	3399.1	4467.6	5626.3	6808.9	8107.0
73	2346.1	3219.8	4218.8	5296.1	6389.1	7426.2
74	2425.2	3130.4	4089.0	5117.0	6153.6	7130.5

5.3. ábra. $M^{t,s}$ táblázat részlete

növelve eleinte nőni kezd a fiatal szülőkorban lévő gyerekek száma, majd ismét csökken. Ennek magyarázata, hogy minél idősebb szülőket nézünk, ők egyre korábbi években voltak 15 évesek, így rájuk magasabb f_{15}^t szorzó érvényes, ugyanakkor a halálozási valószínűségek miatt egyre kevesebben vannak közülük életben. Ha a teljes táblázat első sorát összeadnánk, akkor megkapjuk, hogy ezek a nők egész életük során mennyi gyermeknek adtak életet. A teljes táblázat egy átlóját összegezve megkapjuk, hogy a ma nyugdíjas korú nők egy adott évben mennyi gyereket hoztak a világra. A teljes $M^{t,s}$ táblázat minden elemét összeadva megkapjuk a nyugdíjas generáció által felnevelt gyermekek számát. A jelenlegi modell szerint azokért a gyerekekért is jár pont, akik ekkor már nincsenek életben. Esetleg lehet úgy módosítani, hogy a megfelelő halálozási valószínűségekkel csökkentük ezt a gyerekszámot, én ezt nem tettem meg. A gyermek korai elhalálozásának kockázatát így inkább elporlasztjuk.

Megjegyezzük, hogy a jelenleg élő nyugdíjasok gyerekeire így egy alsóbecslést fogunk kapni, mert egy gyereket csak akkor számolunk, ha az édesanyja még életben van, pedig előfordulhat, hogy az anya nem, de az apa még él.

A teljes generációt megillető nyugdíjpontok meghatározásához $M^{t,s}$ táblázat megfelelő elemét kell összeszorozni a 4.4 táblázat hozzátartozó tagjával így kapható meg a teljes nyugdíjas generáció összes gyerekpontja.

Mivel a kívánatos nyugdíjszinhez viszonyítva kaptuk meg a gyerekpontokat, így a tényleges nyugdíjösszeg meghatározásához is ugyanezzel a kívánatos nyugdíjszinttel kell szorozni a kapott összpontszámot. Az alábbi táblázat foglalja össze az így módon kapott legfontosabb nyugdíj eredményeket 5.4.

Az első oszlop tartalmazza az általam becsült összesen kiosztható nyugdíjmennyiségeket, ezt minden évre az aktuális bruttó bér függvényében számoltam ki a kívánatos nyugdíjszint feltételezése mellett. Fontos, hogy mindig 65 volt modellemben a korhatár, ezt vegyük figyelembe, amikor 2023-tól eltérő évekre nézzük az összehasonlítást a tényleges adattal. Számításaim szerint hiába csökken a 65+ korosztály mérete időben visszafelé haladva, ezt ellensúlyozza a korábbi évekhez tartozó nagyobb gyerekpontok értéke és magasabb gyermekvállalási hajlandóság.

A táblázat legutolsó oszlopában szereplő értékeket mind a 2023-ban érvényes bruttó bér segítségével adtam meg. Ez annyit jelent, hogy 0% bruttó bérindexet feltételezve tehát reálértéken hogyan fog változni a várható nyugdíjkifizetés a jövőben. Mivel egy gyermek után járó pontérték a jövőben csökkenést mutat és ezt nem ellensúlyozza magasabb gyermekvállalási hajlandóság, így természetes, hogy az egy főre eső nyugdíjpontok csökkenést mutatnak.

Várakozásaimnak ellentmondó eredmény született viszont a jelenlegi kifizetések tekente-

	Becsült havi nyugdíj kifizetés	Tényleges adat	65+ korosztály	Becsült Összes nyugdíjpont	Egy főre eső nyugdíjpont	Havi nyugdíjjogosultság
2030	6.93E+11		2,057,897	1,160,014	0.564	196,389
2029	6.50E+11		2,058,938	1,176,037	0.571	199,001
2028	6.10E+11		2,060,599	1,192,133	0.579	201,562
2027	5.73E+11		2,064,729	1,209,243	0.586	204,046
2026	5.37E+11		2,062,079	1,223,065	0.593	206,644
2025	5.02E+11		2,054,313	1,234,347	0.601	209,338
2024	4.68E+11		2,045,264	1,244,566	0.609	212,005
2023	4.36E+11	4.64E+11	2,030,811	1,251,865	0.616	214,766
2022	3.47E+11	3.64E+11	2,011,872	1,256,615	0.625	217,610
2021	2.94E+11	3.39E+11	1,976,666	1,252,215	0.633	220,711
2020	2.70E+11	3.25E+11	1,942,560	1,248,662	0.643	223,949
2019	2.43E+11	3.08E+11	1,890,442	1,234,744	0.653	227,558
2018	2.17E+11	2.97E+11	1,852,683	1,226,942	0.662	230,728
2017	1.95E+11	2.88E+11	1,829,170	1,226,387	0.670	233,589
2016	1.72E+11	2.81E+11	1,797,518	1,219,096	0.678	236,289
2015	1.61E+11	2.81E+11	1,765,413	1,213,781	0.688	239,537
2014	1.54E+11	2.76E+11	1,733,160	1,206,459	0.696	242,522
2013	1.48E+11	2.74E+11	1,703,111	1,200,543	0.705	245,591
2012	1.43E+11	2.59E+11	1,677,667	1,197,221	0.714	248,626

5.4. ábra. Eredmények összefoglaló táblázata.

tében. Arra számítottam, hogy a számításaim szerinti becsült kifizetés jóval el fog maradni a tényleges adathoz képest. Ez azért lenne fontos, mert a különbség szolgálna arra, hogy a tartalékokat megképezzük. Egy lehetséges magyarázat lehet az egyre több kései gyermek és az ő pontértékük jelenleg túlbecsült értéke.

A jövőre vonatkozó becsléseket a korábban bemutatott f_s^t értékek és az adott évben termékeny korban lévő nők létszámával modelleztem. Előrejelzéseimben használt q_x halálozási rátákat megint Lee-Carter modellel végeztem, kivéve a 85+ korosztályt, mert itt nem kaptam hihető eredményt. Historikus adatokat vizsgálva ez a korosztály kielégítően illeszkedett egy egyszerű lineáris trendvonalra, így ezzel pótoltam a hiányzó adatokat, természetesen korrektebb lenne olyan Lee-Carter becslés használata, ami kifejezetten az idősebb korosztályok esetében pontos. Eredményeimet összehasonlítottam [Varga, 2020] dolgozatában közölt számokkal:

Lány születések (fő)		
2030	2040	2050
41888	37317	35310
41707	40643	40012
Termékeny nők (fő)		
1879911	1710829	1562445
1950207	1839977	1739918

5.5. ábra. Születések és termékeny nők előrejelzése, fehér adatok saját számítás.

Nyilván a lány születésekre vonatkozó kisebb becslésem továbbgyűrűzik, az idő előrehaladással egyre nagyobb eltéréseket okoz, mikor már ők is termékeny korba érnek, ez magyarázhatja a növekvő eltérést a termékeny nők tekintetében. A teljes népességre vonatkozó megoszlást a következő ábra mutatja:

Lényegesen nagy eltérés csak a legidősebb korosztályokban mutatkozik.

Nők számának előrejelzése (fő)						
Korcsoport	2030		2040		2050	
0-4	215230	211667	190027	204828	177393	202087
5-9	223505	219045	200936	208891	181869	206208
10-14	228035	231681	215075	216376	189751	209928
15-19	221804	228859	223397	224550	200822	214636
20-24	241875	254784	227857	243062	214928	227956
25-29	237983	253957	221573	244519	223053	240158
30-34	261367	274706	241521	267419	227290	256077
35-39	303377	309511	237307	263723	220876	255273
40-44	297300	304444	259746	282664	240256	276077
45-49	316206	323946	299428	314038	235220	269741
50-54	401928	408339	289803	305752	256022	285330
55-59	355487	361407	302786	321540	291816	313402
60-64	313050	320933	377000	398941	276583	303073
65-69	271731	277444	325762	343570	279500	313713
70-74	309730	308938	277282	291131	331933	374887
75-79	295712	288092	225153	224798	269689	297394
80-84	196646	191161	221028	200825	206623	216394
85-89	117804	118311	160731	133920	117430	115911
90-94	47031	48981	66181	53809	57952	53481
95-99	11513	12751	17210	15833	18301	13426
100+	1506	2733	2171	4282	2631	3763
Összesen	4868820	4951690	4581974	4764471	4219936	4648915

5.6. ábra. Forrás: [Varga , 2020], korcsoportonkénti létszám várható alakulása, fehér adatok saját számítás.

5.4. Modellem összegzése

A paraméterek aktuális beállítása mellett jó közelítéssel visszakaptam a jelenlegi nyugdíjkifizetések értékét. Azt tapasztaltam, hogy az időskori halandóság és a bruttó bérindex változtatásai hatnak a legérzékenyebben. A halandóság esetében ez természetes, de a bérindex esetében javítás szükséges a jövőben. A számolás eredménye azt mindenképpen visszaadja, hogy nem lehetünk optimisták a jövővel kapcsolatban, ezt próbálja jelezni a 5.4 táblázat utolsó oszlopa, ami a nyugdíjak reál értékének csökkenését mutatja a jövőre nézve. A magyar korfát tekintve nagyjából 10-15 év múlva a "Ratkó unokák (1970-1980-ban születettek) " elhagyják a munkaerő piacot, ami önmagában nem lenne probléma a modell szempontjából. Viszont a 2000-res évek elején kifejezetten alacsony volt a fertilitása ráta Magyarországon, ami éppen egybe esik a "Ratkó unokák" termékeny időszakával. Láthatjuk a korfát vizsgálva is, hogy "Ratkó dédunokák" esetében nincsen kitüremkedés, így arra számíthatunk, hogy a megnövekedett nyugdíjas korosztályhoz nem fog megnövekedett hozzájuk tartozó jelenlegi aktív munkavállaló tartozni, ami várhatóan egy nagyobb esést fog mutatni az egy főre eső nyugdíjpontokban. Jelenlegi eredményeim tehát nem támasztják alá azt a feltevést, hogy 2023-ban túlköltekezik a nyugdíjrendszer, de ez könnyen változhat a közeljövőben.

Számításaim alapján az még elmondható, hogy ha most egyik napról a másikra áttérnénk egy ilyen típusú számítási módra, az valójában a nyugdíjkifizetések átcsoportosítását jelentené a teljes kiosztott összeg változatlanlansága mellett. Ebben az esetben még rengeteg számítást kellene végezni, a legfontosabb azt jól megállapítani, hogy egy felnevelt gyermekért járó pontot milyen arányban kell szétosztani a szülő és az adófizetők között. Ennek alapja lehet a gyermek felnevelésének költségét számító cikkek.

Dolgozatom eredményei akkor sem teljesen feleslegesek, ha továbbra is az az álláspont lesz érvényben, hogy nem szabad összekötni a gyermeknevelést és a nyugdíjat. Ekkor a fő üzenet

az, hogy ha a tényleges szétosztásban nem is vesszük figyelembe a szülő-nemszülő megkülönböztetést, a ténylegesen kiosztott összes nyugdíj mégis szoros kapcsolatban áll a következő generáció létszámával és annak teljesítőképeségével.

6. fejezet

Kitekintés és összefoglalás

6.1. Migráció és nyugdíj

Dolgozatom szempontjából azért fontos ez a téma, mert a gyermekpontok elsősorban abból a feltevésből számolódnak, hogy a gyermek járulékfizető lesz Magyarországon. Ellenkező esetben az általa generált pénzáram értékét nullának kell tekinteni a modellben. Ezt lehet modellezni például 4.1 képletben a K paraméter megfelelő megválasztásával.

Az Unió országokban szinte mindenhol probléma az alacsony TFR mutató és az ezzel járó öregedő korfa. Ennek következtében a nyugdíjasok aránya várhatóan évről évre emelkedni fog az aktívkorúakhoz képest, így a folyó finanszírozású rendszerek fenntarthatósága mindenhol probléma lehet. Eddig úgy gondoltunk a nyugdíjra, hogy az egy adott országban zárt rendszert alkot, vagyis aki egy adott országban születik, az ott is fog felnevelkedni, ott fog aktívként dolgozni és a nyugdíját is ott kapja. Az Európai Unió négy szabadság elve közül a személyek szabad mozgása nem összeegyeztethető ezzel a zárt rendszerrel. Az Unión belüli vándorlás csak akkor tudná megoldani a nyugdíjrendszer növekvő terheit, ha lennének olyan országok az Unión belül, ahol túl sok gyerek születik, ami a fentebb említett okok miatt nem jellemző. Ráadásul a migrációnak van egy iránya, így bizonyos országok inkább nettó befogadó, míg mások inkább nettó kibocsátók. A nyugdíjrendszer és migráció kapcsolatát vizsgálta többek között [Han, 2013], arra kérdésre keresve a választ, hogy vajon ténylegesen kimutatható a migráció pozitív hatása egy nettó befogadó országban?

A migráció általában a fiatalabb korosztályt érinti így a befogadó szempontjából a frissen érkezett munkavállaló többet fizet be a rendszerbe, mint amennyit visszkap, így rövidtávon enyhíti a nyugdíjterhetek. Továbbá, a Samuelsoni modellhez illeszkedve, ekkor tényleg aktív korában jelenik meg a munkaerőpiacon, a befogadó országnak nem került pénzbe az ő felnevelése, oktatása.

A cikk hibakorrekciós modell segítségével (ECM) vizsgálja a kérdést és azt állítja, hogy a migrációnak rövid és hosszútávú hatásai is kimutathatóak a nyugdíjrendszerben, ráadásul ezek a hatások a folyó finanszírozású rendszereket érzékenyebben érintik.

A probléma, hogy a nyugdíjrendszerek viszont nem lépik át az országhatárokat, így a kiáramló munkaerő olyan mint egy megnövekedett fiatalkori halandóság. A témával többen foglalkoznak [Mészáros, 2014], egy lehetséges megoldás lehet, hogy a kibocsátó országot kárpótolja valamilyen módon a befogadó ország. Ennek a gondolatnak csak akkor lehet létjogosultsága, ha az Európai Unió országai mind elismernék a gyermeknevelést mint jogosultságszerzést. Ez

jelenleg inkább fantázia mint valóság.

6.2. Összefoglalás

Dolgozatom a nyugdíjrendszer bemutatásával, történeti kialakulásával indul, amikor állami rendszerek helyett családi szinten kellett megoldani az idősök ellátását.

A jelenlegi magyar folyó finanszírozású rendszer rövid bemutatása következik, majd összehasonlítom a feltőkésített rendszerrel a pénzáramok szempontjából. Kitérek a szülők helyzetének vizsgálatára, ahonnan a humán tőke alapú nyugdíjrendszerek részletezése következik.

Saját modellem lényegében megidézi a hagyományos "nyugdíjrendszer" alapjait, amikor a szülő nyugdíját közvetlenül a gyermeke teljesítésével köti össze. Dolgozatomban a legnagyobb hangsúlyt igyekeztem saját számításaim részletezésére, technikai és elméleti problémák javasolt gyakorlatias feloldásainak bemutatására helyezni.

Az általam alkotott modell tényleges figyelembe vételével kapcsolatban persze számos kérdés felmerül, mivel a fenntarthatóság, méltányosság és megfelelés kérdéseit matematikai és pénzügyi szemüvegen keresztül közelítettem meg. Nem volt célom nyugdíjreformot készíteni, inkább bizonyos feltevések mellett (gyereknevelés és nyugdíj összekapcsolása) korrektül számításokat végezni.

Irodalomjegyzék

- [Banyár , 2011a] : Banyár József : A nyugdíjreform miatti államháztartási hiány elszámolhatósága, Közgazdasági szemle.
- [Banyár, 2011b] : Banyár József, *A nyugdíjreform miatti államháztartási hiány elszámolhatósága* Közgazdasági Szemle, LVIII. évf., 2011. július-augusztus (666—688. o.).
- [Banyár - Német, 2020] : Szerkesztette Banyár József és Németh György, *Nyugdíj és gyermekvállalás 2.0* konferencia kötet, Társadalombiztosítási Könyvtár, Gondolat Kiadó Budapest, 2020.
- [Banyár, 2020] : Banyár József, *Egy emberi tőkével feltőkésített nyugdíjrendszer körvonalai* , Nyugdíj és gyermekvállalás 2.0 Nyugdíjreform elképzelések Konferencia kötet. Gondolat Kiadó, Budapest, pp. 17-75.
- [Banyár, 2021] : Banyár József, *A nyugdíjparadigmák ösztönzési hatása az életpályafogyasztáson . . .* , Biztosítás és kockázat VIII évfolyam 3-4. szám.
- [Bental, 1989] : Benjamin Bental (1989): *The old age security hypothesis and optimal population growth* , J Popul Econ 1, 285–301.
- [Demény, 1987] : Demény Pál, *Re-Linking Fertility Behaviour and Economic Security in Old Age: A Pronatalist Reform*, Population and Development Review.
- [Gál-Szabó-Vargha, 2015] : Gál Róbert Iván - Szabó Endre - Vargha Lili, *A láthatatlan transzferek korprofilja*, Közgazdasági szemle, LXII. ÉVF., 2015. Június(621-637.o.).
- [Gál, 2003] : Szerkesztette Gál Róbert Iván, *Apák és fiúk és unokák*, Osiris kiadó, Budapest.
- [Giday - Szegő, 2012] : Giday András - Szegő Szilvia, *Kétpólusú világban kétpólusú nyugdíjrendszert!*, Nyugdíj és gyermekvállalás tanulmánykötet.
- [Giday - Szegő, 2020] Giday András - Szegő Szilvia, *A nyugdíjrendszer kettős fedezete - a nyugdíjhoz gyerek és bér is kell*, Nyugdíj és gyermekvállalás 2.0 Nyugdíjreform elképzelések Konferencia kötet. Gondolat Kiadó, Budapest.
- [Han, 2013] : Han, K. J. , *Saving public pensions: Labor migration effects on pension systems in European countries*. The Social Science Journal, 50(2), 152–161. <https://doi.org/10.1016/j.soscij.2012.12.001>.
- [Kovács, 2012] : Szerkesztette Kovács Erzsébet, *Nyugdíj és gyermekvállalás tanulmánykötet*, Gondolat Kiadó, Budapest.

- [Mészáros, 2014] : Szerkesztette Mészáros József, *European Pension System: Fantasy or Reality*, report of the conference of the Central Administration of National Pension Insurance organised in cooperation with the International Social Security Association European Network held in Budapest.
- [Oblath-Simonovits, 2023] : Oblát Gábor - Simonovits András, *Keresetek, valorizáció és nyugdíjak – koncepcionális kérdések és statisztikai problémák* Közgazdasági Szemle, LXX. ÉVF., 2023. Szeptember (929–963. o.).
- [Rézmovits, 2023] : Rézmovits Ádám előadása, Budapesti Corvinus Egyetemen elhangzott előadás 2023.
- [Samuelson, 1958] : Samuelson, P. A. 1958, *An exact consumption-loan model of interest with or without the social contrivance of money*. Journal of Political Economy, Vol. 66. No. 6. 467–482. o.
- [Simonovits, 2017] : Simonovits András, *Az elfelejtett nyugdíjdegresszió* Közgazdasági Szemle, LXIV. évf., 2017. június (650–660. o.).
- [Vanhuysse-Medgyesi-Gál, 2023] Pieter Vanhuysse - Márton Medgyesi - Gál Róbert Iván, *Taxing reproduction: the full transfer cost of rearing children in Europe*. R. Soc. Open Sci. 10: 230759. <https://royalsocietypublishing.org/doi/10.1098/rsos.230759>
- [Varga , 2020] : Varga Livia, *Sztohasztikus népesség-előrejelzés magyar adatokon*. Kézirat, Budapesti Corvinus Egyetem, Budapest.