

Matematikus és alkalmazott matematikus MSc szakdolgozati témajavaslatok 2017/18

Geometriai Tanszék

1. téma: Integráltranszformációk

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás: Egy \mathbb{R}^n -en értelmezett kompakt tartójú sima f függvény Radon-transzformáltja egy olyan függvény, mely a tér hipersíkjain van értelmezve, és egy hipersíkhöz az f függvénynek a hipersíkon vett integrálja értékét rendel hozzá. Az elmélet fő kérdése, hogy f miként rekonstruálható a Radon-transzformáltjának ismeretében. A Radon-transzformáció elmélete kulcsfontosságú a modern tomográfiában. A Radon-transzformáció gömbi analogonja a Funk-transzformáció. A Funk-transzformációnak is egy szép elmélete van, mely összefonódik a gömbi harmonikus függvények elméletével. Több konvex geometriai rekonstrukciós probléma háttérében a Funk-transzformáció áll. A szakdolgozat célja a Radon-transzformáció, vagy valamely rokona esetén az alapvető tételek, inverziós formulák és az alkalmazások bemutatása.

Ajánlott irodalom:

[1] Daniel Hug, Rolf Schneider: *Kinematic and Crofton formulae of integral geometry: recent variants and extensions.*

Szakirány: matematikus, alkalmazott matematikus

2. téma: Geometriai szélsőérték-feladatok és geometriai egyenlőtlenségek

Témavezető: Csikós Balázs

Rövid leírás: A szakdolgozat célja egy geometriai szélsőérték-feladat megoldása, vagy valamely nevezetes témakör (izoperimetrikus, izodiametrális egyenlőtlenségek, ponthalmaz kontrakcióira nézve monoton geometriai mennyiségek, a Kneser–Poulsen-sejtés stb.) áttekintése.

Ajánlott irodalom:

A kiválasztott témától függ.

Szakirány: matematikus

3. téma: Általánosított sokszögek

Témavezető: Kiss György

Rövid leírás: Az általánosított sokszögek a véges projektív síkokhoz (ebben az értelemben általánosított háromszögek) hasonlóan néhány egyszerű illeszkedési axiómával definiált kombinatorikus struktúrák, melyek szorosan kapcsolódnak véges csoportokhoz és magasabb dimenziós véges terekhez. A diplomamunkában néhány kiválasztott általánosított sokszög geometriai tulajdonságait kellene feldolgozni.

Ajánlott irodalom:

- [1] Feit, W. and Higman, G., *The nonexistence of certain generalized polygons*, J. Algebra, **1** (1964), 114–131.
- [2] Hirschfeld, J. W. P. and Thas, J. A., *General Galois Geometries*, Clarendon Press, Oxford, 1991.

Szakirány: matematikus

4. téma: Baker-Campbell-Hausdorff formula speciális Lie-algebrákban

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Baker-Campbell-Hausdorff formula, Poincaré-Birkhoff-Witt tétel.

Ajánlott irodalom:

Szakirány: matematikus

5. téma: Hőmag konstrukciója kompakt sokaságokon

Témavezető: Lakos Gyula

Rövid leírás: A téma feldolgozása a szakirodalom alapján. Szükséges előismeretek: Funkcionálanalízis, az operátorfélcsoportok elméletének alapjai.

Ajánlott irodalom:

Szakirány: matematikus

6. téma: Coxeter-csoportok a geometriában és a topológiában

Témavezető: Moussong Gábor

Rövid leírás: A diszkrét transzformációcsoportok között a tükrözésekkel generált csoportokat, illetve ezek absztrakt megfelelőit, a Coxeter-csoportokat ismerjük a legalaposabban. A szakdolgozat a Coxeter-csoportoknak a geometria és a topológia területén adódó újabb alkalmazásait tárgyalhatja.

Ajánlott irodalom:

- [1] M. W. Davis: *The geometry and topology of Coxeter groups*
- [2] H. Hiller: *The geometry of Coxeter groups*.

Szakirány: matematikus

7. téma: Negatív görbületű sokaságok

Témavezető: Moussong Gábor

Rövid leírás: A Riemann-sokaságok elméletének klasszikus kérdéscsoportja, hogy egyes görbületi feltételek milyen következményekkel járnak a sokaság topológiájára nézve. A szakdolgozat ilyen irányú eredményeket vizsgálhat nempozitív, illetve negatív előjelű görbület feltételezése mellett.

Ajánlott irodalom:

[1] W. Ballmann, M. Gromov, V. Schroeder: *Manifolds of nonpositive curvature*

[2] M. Bridson, A. Haefliger: *Metric Spaces of Non-positive Curvature*.

Szakirány: matematikus

8. téma: Kombinatorikus geometriai problémák

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: A magas dimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert bemutatása például a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán keresztül. E tétel szerint, tetszőleges k természetes számhoz van egy n természetes szám, melyre igaz, hogy minden n -dimenziós konvex testnek van egy k -dimenziós metszete, amely nagyon hasonlít az euklideszi gömbre.

Ajánlott irodalom:

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex Geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*.

Szakirány: matematikus

9. téma: Normált terek geometriája

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: Az euklideszi távolságot a síkon (általánosabban \mathbf{R}^n -ben) kicserélhetjük más távolságfüggvényekre, amelyek az euklideszitől különböző érdekes geometriákhoz vezetnek. Lehet például vizsgálni, hogy az euklideszi síkbeli trigonometria hogyan vihető át normált síkba, mi a merőlegesség fogalma, mik az állandó szélességű halmazok, stb.

Ajánlott irodalom:

[1] A. C. Thompson: *Minkowski Geometry*

Szakirány: matematikus, alkalmazott matematikus.

10. téma: Konvex geometriai módszerek

Témavezető: Naszódi Márton

Rövid leírás: A magasdimenziós konvex testek vizsgálatában alkalmazott valószínűségi módszert lehetne bemutatni a Dvoretzky-tétel egy bizonyításán

keresztül. E tétel szerint tetszőleges k természetes számhoz van olyan n természetes szám, hogy minden n -dimenziós konvex testnek van olyan k -dimenziós metszete, amely „nagyon hasonlít” az euklideszi gömbre.

Ajánlott irodalom:

[1] K. Ball: *Introduction to Modern Convex geometry*

[2] J. Matoušek: *Lectures on Discrete Geometry*

Szakirány: matematikus.

11. téma: Algebrai csomók

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Polinomok által meghatározott csomók elmélete, az algebrai sík görbék szingularitásait jellemzik. Nagyon sok terület találkozási pontja: algebrai geometria, topológia (homológia), kombinatorika (Newton diagrammok), gráfelmélet (feloldási gráfok), félcsoportelmélet. Pár éve a klasszikus elmélet új lendületet kapott az algebrai görbék szingularitásaihoz rendelt csomók HOMFLY polinomjainak és a görbék Hilbert sémáinak kapcsolatával.

Ajánlott irodalom:

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: mindegyik

12. téma: Hirzebruch-Riemann-Roch tétel

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Klasszikus index tételek általánosítása, a sima és algebrai sokaságok indexeit (Euler karakterisztika, szignatúra, Todd osztály, vektornyalábok analitikus Euler karakterisztikái, stb) adja meg karakterisztikus osztályok (Chern, Todd, Euler, Pontrjagin) segítségével. Differenciáلتopológia, algebrai geometria alaptétele. A globális geometria szinte minden tétele ehhez kötődik, ennek alkalmazása.

Ajánlott irodalom:

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus

13. téma: Komplex hiperfelület-szingularitások

Témavezető: Némethi András

Rövid leírás: Egy egyenlettel megadott terek szingularitásainak lokális leírása, Milnor klasszikus könyve alapján (Milnor fibrum, Milnor fibrálás, monodrómia, a lokális csomó és a vele való kapcsolat). Kiindulási pont az algebrai geometria és differenciáلتopológia felé.

Ajánlott irodalom:

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**14. téma: Komplex sokaságok kohomológiasoportjai****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** A sima komplex projektív sokaságok kohomológiasoportjainak szerkezete nagyon különleges. Egyik legfontosabb klasszikus tulajdonság a Lefschetz-felbontás (kiindulási tételek: Lefschetz hipersík metszet tétele, és a Hard Lefschetz Theorem).**Ajánlott irodalom:**

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**15. téma: Komplex felület szingularitások****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** Topológiai szempontból a felület szingularitások csomóit tanulmányozza, ezek 3 dimenziós gráf sokaságok. Analitikus (algebrai geometriai) szempontból analitikus invariánsokat tárgyal (kévekohomológia, geometriai génusz). Konkrétabb téma lehet a Seiberg Witten Invariáns Sejtés, ami a csomó Seiberg Witten invariánsát köti össze a geometriai génusszal.**Ajánlott irodalom:**

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus**16. téma: Algebrai görbék****Témavezető:** Némethi András**Rövid leírás:** A (komplex) affin vagy projektív tér görbéit egy polinom zerusheleként definiáljuk. A polinom algebrai merevsége és a görbe alakja között érdekes összefüggések vannak, összekötve az algebrát a topológiával. Ez az algebrai geometria születési helye, elementárisan megfogalmazható százéves nyílt kérdésekkel. Magába foglalja a lokális algebrai csomók elméletét, de már az algebrai geometria globális invariánsaira (kohomológiaelmélet) is támaszkodik.**Ajánlott irodalom:**

[1] könyvek, cikkek

Szakirány: matematikus

17. téma: Geometriai jelenségek Lorentz-sokaságokban**Témavezető:** Szeghy Dávid**Rövid leírás:****Ajánlott irodalom:****Szakirány:** matematikus**18. téma: Fénykép-rekonstrukciók****Témavezető:** Szeghy Dávid**Rövid leírás:****Ajánlott irodalom:****Szakirány:** alkalmazott matematikus**19. téma: Speciális részsokaságok konstans görbület Riemann-terekben****Témavezető:** Verhóczy László

Rövid leírás: Amennyiben a Riemann-sokaságban vett részsokaság nem hiperfelület, illetve nem görbe, akkor a normális vektornyalábja általában nem lapos. A szakdolgozó feladata olyan részsokaságok konstrukciója konstans görbületű Riemann-terekben, melyeknél a normális vektornyaláb görbületi tenzora eltűnik. Egy ilyen részsokaság esetében a párhuzamos normális vektormezők által értelmezni lehet az ún. parallel részsokaságokat. További feladat a parallel részsokaságok görbületi jellemzőinek a meghatározása.

Ajánlott irodalom:[1] M. P. do Carmo: *Riemannian geometry*[2] B.-Y. Chen: *Geometry of submanifolds*.**Szakirány:** matematikus**20. téma: Kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjai****Témavezető:** Verhóczy László

Rövid leírás: Az irreducibilis szimmetrikus Riemann-terek osztályozása az egyszerű Lie-csoportok ún. szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározásán alapul. A szimmetrikus Lie-részcsoportokhoz el lehet jutni oly módon, hogy vesszük a megfelelő Lie-algebrák involutív automorfizmusait és azoknál a fixen hagyott elemekből álló részalgebrákat. A szakdolgozó feladata a kivételes kompakt Lie-csoportok szimmetrikus részcsoportjainak a meghatározása és jellemzése.

Ajánlott irodalom:[1] S. Helgason: *Differential geometry, Lie groups and symmetric spaces*.**Szakirány:** matematikus