

## I. [Matematika Doktori Iskola](#)

**Tudományág megnevezése:** Természettudományok

**Képzési forma:** doktori (Ph.D.) képzés

**Képzési cél:** a tudományos fokozat megszerzésére való felkészítés, felsőoktatási gyakorlat megszerzése

**Képzési idő:** 6 félév

**Tagozat:** nappali

**Finanszírozás:** államilag támogatott ill. költségtérítéses képzés

**A képzésbe történő belépés követelménye:** mesterfokozat és sikeres felvételi vizsga

**Nyelvi követelmények:** egy államilag elismert „C” típusú középfokú nyelvvizsga

**A képzés zárul:** abszolutorium

**Az abszolutoriumhoz szükséges kreditek száma:** 180

**Kreditszerzés módjai/moduljai:** tanulmányi kredit (48+24), kutatási kredit (78+30)

**A doktori iskolai képzés felelőse:** [Dr. Laczkovich Miklós](#), a doktori iskola vezetője

II. A képzésért felelős kar megnevezése: Természettudományi Kar

III. Doktori oktatási programok:

### Programfelelősök:

Elméleti Matematika: [Dr. Szűcs András](#)

Alkalmazott Matematika: [Dr. Michaletzky György](#)

### Képzési/Tanulmányi modul (megszerezendő kredit: 48 + megszerezhető: 24):

**MAT/1** Algebrák reprezentációelmélete I.

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/2** Algebrák reprezentációelmélete II.

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/3** Homologikus algebra

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/4** Algebrai logika

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

~~**MAT/5** Díjkalkuláció~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~**MAT/6** Optimális megállítás~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~**MAT/7** Pénzügyi folyamatok elemzése 3.~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

**MAT/8** Pénzügyi folyamatok elemzése 4.

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/9** Többváltozós statisztikai módszerek

12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/10** Internetszeminárium-Analitikus félcsoportok

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

**MAT/11** Invariáns altér probléma

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/12** Kiegészítő fejezetek a funkcionálanalízisből

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/13** Operátorfélcsoportok Hilbert térben

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

**MAT/14** Parabolikus maximális regularitás

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

**MAT/15** Szemikonkáv függvények

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

~~**MAT/16** Végtelen dimenziós dinamikai rendszerek kvalitatív elmélete~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~

**MAT/17** Kombinatorikus optimalizálás

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/18** Konvex testek és rácpontok I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/19** Konvex testek és rácpontok II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/20** Matematikai programozás és konvex geometria I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/21** Matematikai programozás és konvex geometria II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/22** Fejezetek a topológiából  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/23** Diszkrét geometria I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/24** Diszkrét geometria II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/25** Diszkrét geometria III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/26** Kombinatorikus geometria I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/27** Kombinatorikus geometria II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/28** Diszkrét dinamikus rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/29** Ergodelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/30** Fejezetek a dinamikus rendszerekből I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/31** Kvaziuniform terek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/32** Topogenitások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/33** A nyalábok és konnexiók általános elmélete  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/34** Algebrai görbék  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/35** Lie-csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/36** Nem-sztenderd analízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/37** Bevezetés az információelméletbe  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/38** Bevezetés az információelméletbe  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/39** Nemlineáris optimalizálási módszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/40** Az újkori analízis története  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/41** Differenciálszámítás Banach-terekben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/42** Topologikus vektorterek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/43** Bioinformatika Journal Club  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/44** Geometriai algoritmusok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/45** Komb. Geometria szem.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/46** Kombinatorika szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

- MAT/47** Kombinatorikus geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/48** Térbeli illeszkedések  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/49** Véletlen struktúrák és alkalmazások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/50** Approximáció elmélet szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/51** Modern analízis szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/52** Kockázatértékelés operációkutatási modelljei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/53** Lineáris programozási programcsomagok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/54** LP programcsomagok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/55** Operációkutatási programcsomagok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/56** Szimuláció  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/57** Sztochasztikus programozás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/58** Dinamikai rendszerek diszkrétizációja és szimulációja  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- ~~**MAT/59** Funkcionálanalízis és alkalmazásai a munerikus analízisben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/60** Algebrai topológia III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/61** Algebrai topológia IV.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/62** Algebrai topológia V.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/63** Differenciátopológia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/64** Differenciátopológia I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/65** Lie-csoportok és modulusterek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/66** Spin geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/67** Diszkrét geometria IV.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/68** Geometria szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/69** Lie-csoportok és Lie-algebrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/70** Lie-csoportok és Lie-algebrák II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/71** Egerváry szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/72** Gráfelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/73** Kombinatorikus optimalizálási struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/74** Matroidelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/75** Poliédres kombinatorika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/76** Értékelésmélet

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/77** Gráfok és algebrák I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/78** Részben rendezett algebrai struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/79** Tágas kategóriák I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/80** Tágas kategóriák II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/81** Algebrai kutatószeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/82** WWW speciál előadás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/83** Befektetések elemzése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/84** Döntésanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/85** Makrogazdaságtan és egyensúlyelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/86** Operációkutatási modellek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/87** Pénzügyek menedzselése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/88** Többcélű függvényű optimalizálás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/89** Többcélű programozás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/90** Algebrai módszerek a geometriában  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/91** Leszámlálások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/92** Szimmetrikus struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/93** Véges geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/94** Bonyolultságelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/95** Bonyolultságelmélet II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/96** Kvantumszámítógépek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/97** Vál. fej. Elosztott számítások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/98** Válogatott fejezetek, PCP, approximálhatatlanság  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/99** Extremális gráfelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/100** Válogatott fejezetek: Extremális gráfelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/101** Approximációelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/102** Fejezetek a komplex függvénytanból  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/103** Komplex függvénytan szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/104** Riemann felületek EA.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/105** Biztosítási tartalék és szolvencia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

- MAT/106** Nyelvek és automaták  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/107** Adatbányászat szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/108** WWW és hálózatok matematikája  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/109** Analitikus konvexitás I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/110** Analitikus konvexitás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/111** Kombinatorikus konvexitás I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/112** Kombinatorikus konvexitás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/113** Kombinatorikus konvexitás III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/114** A folyamatos optimalizálás válogatott fejezetei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/115** A lineáris programozás belsőpontos módszerei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/116** Dualitáselmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/117** Folytonos optimalizálás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/118** Játékelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/119** Konvex analízis és optimalizálás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/120** Lineáris programozás I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/121** Lineáris programozás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/122** Lineáris programozás belsőpontos módszerei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/123** Nemlineáris optimalizálás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/124** Nemlineáris programozás I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/125** Nemlineáris programozás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/126** Operációkutatás a gyakorlatban  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- ~~**MAT/127** Strukturált konvex programozás elmélete és algoritmusai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- ~~**MAT/128** Válogatott fejezetek a folytonos optimalizálásból  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/129** Matematikai modellalkotás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/130** Végeselem módszerek alkalmazása  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/131** Approximációs algoritmusok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/132** Kombinatorikus algoritmusok I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/133** Kombinatorikus algoritmusok II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/134** Kombinatorikus struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/135** Ütemezéselmélet

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/136** Optimalizációs feladatok megoldása C++-ban  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/137** Közelítő módszerek a funkcionálanalízisben~~  
~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/138** Extremális halmazrendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/139** Extremális kombinatorika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/140** Keresés és kommunikációs komplexitás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/141** Kriptológia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/142** Valós függvénytan feladatmegoldó szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/143** Valós függvénytan III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/144** Valós függvénytan IV.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/145** Valós függvénytan kutatószeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/146** Komb. Strukt. kalsszif szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/147** Kombinatorikia struktúrák klasszifikációja MXXN9C40  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/148** Algoritmosos Geometria I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/149** Algoritmosos Geometria II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/150** Egészértékű programozás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/151** Adatstruktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/152** Alk. diszkrét mat. szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/153** Bonyolultságelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/154** Szám.tud. Szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/155** Véges geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/156** Véges geometriai szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/157** Fejezetek a halmazelméletből  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/158** Halmazelmélet 2.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/159** Halmazelmélet 4.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/160** Biztosítástan~~  
~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/161** Matematika problémamegoldó szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/162** Makrogazdaságtan  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/163** Életbiztosítás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/164** Absztrakt integrálmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

- MAT/165** A téridő struktúrája  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/166** Banach-algebrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/167**  $C^*$ -algebrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/168** Felületi mértékek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/169** Geometriai funkcionálanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/170** Harmonikus analízis I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/171** Harmonikus analízis II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/172** Modellezés alapjai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/173** Topologikus vektorterek II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/174** Valós függvénytan I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/175** Valós függvénytan II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/176** Sorbanállás, készletgazdálkodás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/177** Általános differenciálgeometriai struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/178** Differenciálformák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/179** Bonyolultságelmélet II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/180** Gráf-homomorfizmusok I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/181** Gráf-homomorfizmusok II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/182** Gráfok geometriai reprezentációja  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/183** Topológiai és egyéb módszerek a gráfelméletben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/184** Vál. fej. a gráfelméletből szemin.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/185** Véletlen struktúrák és alkalmazások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/186** Adatbányászat  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/187** Lie-csoportok reprezentációi  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/188** Lie-csoportok, algebrai csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/189** Idősorok elemzése 1.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/190** Idősorok elemzése 2.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/191** Pénzügyi folyamatok elemzése 1.  
12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/192** Pénzügyi folyamatok elemzése 2.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/193** A modellezés alapjai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/194** A téridő struktúrája

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/195** Függvényosztályok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/196** Leíró halmazelmélet, effektív módszerek klasszifikációs problémák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/197** Független változók határeloszlás-tételei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/198** Stacionárius folyamatok paramétereinek becslése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/199** Kockázati folyamatok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/200** Markov-láncok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/201** Rendszerelmélet I.-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/202** Rendszerelmélet II.-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/203** Rendszerelmélet III.-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/204** Rendszerelmélet IV.-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/205** Többváltozós statisztikai eljárások-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/206** Tömegkiszolgálási rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/207** Véletlen mátrixok sajátértékeinek eloszlása-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/208** A matematikai statisztika alapjai 1.  
9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/209** A matematikai statisztika alapjai 2.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/210** Élettartam-adatok elemzése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/211** Martingálelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/212** Algebrai topológia-  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/213** Hálóelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/214** Algebra szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/215** Lie-algebrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/216** Lie-típusú egyszerű csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/217** p-csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/218** Permutációcsoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/219** Algebrai számelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/220** Csoportkarakterek alkalmazásai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/221** Csoportok reprezentációelmélete  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/222** Fejezetek a csoportelméletből  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/223** Fejezetek a gyűrűelméletből  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető



- MAT/224** Kommutatív algebra  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/225** Sporadikus egyszerű csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/226** Operátorfélcsoportok Hilbert térben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/227** Sztochasztikus modellek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/228** A viszontbiztosítás matematikai alapjai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/229** Független növekményű, stacionárius és Markov-foly.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/230** Sztochasztikus analízis  
9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/231** Sztochasztikus dinamikai rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- ~~**MAT/232** Sztochasztikus folyamatok szűrése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/233** A kombinatorikus optimalizálás műszaki alkalmazásai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/234** Analízis kutatói szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/235** Bevezetés a potenciálméletbe  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/236** Számelmélet szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/237** Modellelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/238** Modellelmélet II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/239** Additív számelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/240** Exponenciális összegek a számelméletben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/241** Kombinatorikus számelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/242** Számítógépes számelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/243** Nemkorlátos operátorok Hilbert- térben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/244** Operátorkiterjesztések  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/245** Geometriai függvénytan  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/246** Speciális függvények  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/247** Végtelen dimenziós dinamikai rendszerek kvalitatív elmélete  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/248** Lineáris parciális differenciálegyenletek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/249** Nemlineáris parciális differenciálegyenletek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/250** Parciális differenciálegyenletek elmélete  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/251** Parciális differenciálegyenletek elmélete II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/252** Folytonos dinamikai rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- ~~**MAT/253** Közönséges diffegy. kvalitatív elmélete~~

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~MAT/254~~ Matematikai modellek vizsgálata  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~MAT/255~~ Algebrai geometria és Differenciátopológia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/256 Alacsony dimenziós sokaságok topológiája  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/257 Bevezetés az univerzális algebrába  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/258 Fejezetek az univerzális algebrából  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/259 Adattömörítés  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/260 Kriptográfia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/261 Analitikus számelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/262 Algebrai geometria és differenciátopológia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/263 Galois-elméletek a matematikában  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~MAT/264~~ Algebrai Topológia és alkalmazásai II  
~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/265 Differenciálgeometriai feladatok és problémák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/266 Fizika és Geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/267 Hajós szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/268 Riemann- sokaságok I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/269 Riemann- sokaságok II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/270 Alkalmazott titkosítás szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/271 Nemlineáris funkcionálanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~MAT/272~~ Variációszámítás  
~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/273 Komplex sokaságok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/274 Többváltozós komplex függvények  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/275 Hibajavító kódok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/276 Leszámlásások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/277 Szimmetrikus kombinatorikai struktúrák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/278 Válogatott fejezetek (Hibajavító kódok)  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/279 Differenciátopológia III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/280 Extraordinális kohomológiaelméletek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/281 K-elmélet és kobordizmus  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/282 Sima leképezések globális tulajdonságai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

- MAT/283** Szingularitáselmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/284** Topológia szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/285** Véletlen struktúrák és alkalmazások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- ~~**MAT/286** Kémiai reakciók matematikai modelljei I. EA  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- ~~**MAT/287** Matematikai modellek vizsgálata  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~
- MAT/288** Algoritmikus problémák pontrácsokon  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/289** Bonyolultságelmélet III.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/290** Transzformációcsoportok és szimmetrikus terek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/291** A 3D grafika geometriai alapjai  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/292** Geometriai modellezés  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/293** Matematikatörténet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/294** Diszkrét matematikai modellek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- ~~**MAT/295** Az utazóügynök feladat  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/296** Egészértékű programozás II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/297** Folytonos optimalizálás szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- ~~**MAT/298** Gazdasági matematika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/299** Mikro gazdaságtan  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/300** Piacok elemzése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/301** Termelésirányítás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- ~~**MAT/302** Vállalatgazdaságtan és logisztika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~
- MAT/303** Válogatott fejezetek a matematika ismeretelméleti problémáiból  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/304** Környezeti adatok statisztikai elemzése  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/305** Matrixanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/306** Indukált unitér ábrázolások  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/307** Hitelkockázat 1.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/308** Abszolútumok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/309** Komplex dinamika II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/310** Moduláris formák  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/311** Válogatott fejezetek a gráfelméletből  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/312** Character theory of finite groups

- 6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/313** Geometric graph theory  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/314** Algebrai és valószínűségi módszerek a gráfelméletben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/315** Interaktív bizonyítások  
6 kredit, elmélet, kötelezően választható, nem ismételhető
- MAT/316** Gráfok és algebrák II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/317** Invariánselmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/318** Véges egyszerű csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/319** Bevezetés a funkcionálanalízisbe  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/320** Spektrálszintézis Abel-csoportokon  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/321** Intervallumrendszerek kombinatorikája  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/322** Hitelkockázat 2.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/323** Bevezetés a véges geometriába  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/324** Konvex testek térfogatáról  
3 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/325** Nemlineáris parciális differenciálegyenletek II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/326** Válogatott fejezetek a dinamikai rendszerek elméletéből  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/ 327** Elliptikus görbék  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/328** Differenciálszámítás normált terekben  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/329** Additív kombinatorika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/330** Polinombecslések  
2 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/ 331** Brauer csoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/332** Forszolás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/333** Halmazelmélet és valós függvénytan  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/334** Perkolációelmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/335** Geometriai analízis szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/336** Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/337** Parciális differenciálegyenletek irányításelmélete  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/338** A kanonikus felcserélési reláció algebrája  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/339** Additív Kombinatorika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/340** Halmazelmélet szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/341** Algoritmikus kérdések a bioinformatikában  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

- MAT/342** Geometriai mértékelmélet  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/343** Geometriai mértékelmélet  
9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/344** Leíró halmazelmélet szeminárium  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, ismételhető
- MAT/345** Leíró halmazelmélet  
9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/346** Leíró halmazelmélet  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/347** Dinamikai rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/348** Komplex dinamika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/349** Algoritmikus kérdések a bioinformatikában  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/350** Additív Kombinatorika II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/351** Algebrai geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/352** Analitikus operátor-félcsoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/353** Harmonikus analízis, a szimmetria tudománya  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/354** Mátrixanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/355** Algebrai geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/356** Sztochasztikus kölcsönható részecske-rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/357** Statisztikus fizika matematikai módszerei  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/358** Ergodelmélet és dinamikai rendszerek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/359** Általános biztosításmatematika  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/360** Riemann-geometria  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/361** Fejezetek a differenciálgeometriából  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/362** Differenciálgeometria és fizika szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/363** Lie-csoportok és szimmetrikus terek  
10 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/364** Lie-csoportok és szimmetrikus terek  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/365** Valószínűségi módszerek a konvex geometriában  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/366** Riemann-geometria  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/367** Large networks seminar  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/368** Operátorfélcsoportok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/369** Evolúciós egyenletek  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/370** Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek  
12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/371** Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai

- 12 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/372** Matematikai modellalkotás  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/373** Funkcionálanalízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/374** Közönséges differenciálegyenletek numerikus módszerei  
9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/375** Algoritmuselmélet  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/376** Operátorfélcsoportok és Numerikus Analízis  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/377** Csoportok és gráfok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/378** Algebrai számelmélet I.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/379** Algebrai Számelmélet II.  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/380** Lie-elmélet alkalmazásokkal  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/381** Analízis szeminárium  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/382** Leszámlálás - az algebrai geometria találkozik a topológiával  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/383** Csoportok és gráfok  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/384** Ekvivariáns kohomológia  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/385** Algebrai és differenciátopológia EA  
12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/386** Algebrai és differenciátopológia GY  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/387** Riemann felületek geometrizálása  
6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető
- MAT/OK** Olvasókurzus (megszerezhető kredit 24)  
4 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető
- MAT/RK-KV** Részképzés, kreditátvitel (megszerezhető kredit: 24)

**Kutatási modul (megszerezhető kredit: 108):**

- MAT/KUT** Irányított kutatómunka (megszerezhető kredit 18/I-II.tanév, 21/5-6. szemeszter)  
1 kredit/30 hallgatói tanulmányi munkaóra, doktori kutatás, kötelező, ismételhető
- MAT/BESZ** Beszámoló (megszerezhető kredit 30)  
10 kredit, doktori kutatás, kötelező, ismételhető

**Képzési/Tanulmányi modul (megszerezendő kredit: 48 + megszerezhető: 24):**

- MAT/1** Algebrák reprezentációelmélete I.  
[Ágoston István – AGIKAAT.ELTE](#)  
6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Öröklődő algebrák reprezentációelmélete. Gráfalgebrák és reprezentációik. A gráfalgebrák szerkezete. Euler- és Tits-forma. Gráfok és kvadratikus alakok, Dynkin- és euklideszi gráfok. A geometriai reprezentációelmélet elemei: reprezentációs tér, algebrai csoportok, a reprezentációs tér orbitjai. A véges reprezentációtípus esete: a Dynkin-gráfok reprezentációi. Az euklideszi eset. Az Auslander–Reiten-eltolt. Coxeter-transzformációk. Modulussok defektje. Preprojektív és preinjektív modulussok. Reguláris modulussok. Példák: a Kronecker-algebra reprezentációi.

Ajánlott irodalom:  
Crawley-Boevey: Lectures on representations of quivers

**MAT/2** Algebrák reprezentációelmélete II.

[Ágoston István – AGIKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A reprezentációelmélet alapjai: direkt fölbonthatatlan modulusok, Azumaya–Remak–Krull–Schmidt-tétel. A homologikus algebra elemei, az Ext funktor. Bal-, ill. jobb-minimális morfizmusok, balról, ill. jobbról majdnem fölhasadó morfizmusok. Irreducibilis leképezések. Majdnem fölhasadó, azaz Auslander–Reiten-sorozatokat, kapcsolatuk az irreducibilis morfizmusokkal. Modulusok transzponáltja. A projektíven stabil, ill. injektíven stabil moduluskategóriák. Modulusok Auslander–Reiten-eltoltja. Az Auslander–Reiten-képletek. A majdnem fölhasadó sorozatok létezése. Irreducibilis morfizmusok projektív, illetve injektív modulusok esetén. Algebrák Auslander–Reiten-gráfja, példák. Az első Brauer–Thrall-sejtés Auslander-féle bizonyítása, a Harada–Sai-lemma. Csoportalgebrák, Higman tétele.

Ajánlott irodalom:  
Auslander-Reiten-Smalø: Representation Theory of Artin Algebras

**MAT/3** Homologikus algebra

[Ágoston István – AGIKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A Hom és a tenzor funktor (projektív, injektív és lapos modulusok). Speciális gyűrűosztályok homologikus tulajdonságai (féligegyszerű, von Neumann-reguláris, öröklődő, kvázi-Frobenius gyűrűk). Komplexusok homológiái: homológia csoportok, projektív és injektív föloldások. Derivált funktorok (az Ext és a Tor funktorok fölépítése és alaptulajdonságai). Egzakt sorozatok és az Ext funktor (Yoneda-szorzat, Ext-algebrák). Homologikus dimenziók (projektív és injektív dimenzió, globális dimenzió, Hilbert syzygy tétele, finitisztikus dimenzió, a finitisztikusdimenzió-sejtés). Homologikus módszerek a reprezentációelméletben (majdnem fölhasadó sorozatok, Auslander–Reiten-gráf). Derivált kategóriák (triangulált kategóriák, lánckomplexusok, homotópiakategória, kategóriák lokalizálása, algebrák derivált kategóriája, Morita-elmélet). Spektrális sorozatok.

Ajánlott irodalom:  
Rotman: An Introduction to Homological Algebra

**MAT/4** Algebrai logika

[Andréka Hajnal – ANHMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Logikai rendszerek, teljesség, eldönthetőség, definiálhatóság. Algebraizálás, cilindrikus, poliadikus és relációalgebrák, reprezentációk. Modellek a fizikában: a speciális és az általános relativitáselmélet.

**MAT/5** Díjkalkuláció

[Arató Miklós – ARMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A legfontosabb nem-élet biztosítások: vagyon, felelősség (felelősségi járadék), baleset, egészség. Kártérítési rendszerek.

Az egyéni kockázat modellje:

Nevezetes kárszámeloszlások (binomiális, Poisson, Pareto, negatív binomiális, kevert és összetett Poisson,  $(a,b,0)$  eloszlás):

A kárnagyság eloszlása (exponenciális, lognormális, gamma, Pareto eloszlás):

Díjkalkulációs elvek: Várható érték elv, szórásnégyzet elv, szórás elv, szemelinvariáns elv, hasznossági függvény (zéró hasznosság elve), svájci elv, veszteségfüggvények használata. A díjkalkulációs elvek tulajdonságai:

Credibility elmélet és a tapasztalati díjszámítás.  
Bónusz rendszerek: kármentességi díjvisszatérítések és engedmények, bónusz-  
málusz. A bónuszrendszerek jellemzői. Nyereségrészesedés.  
Adatgyűjtés díjkalkulációhoz. A tapasztalatok figyelemmel kísérése és figyelembe-  
vétele; dinamikus díjszámítás és értékelés a tapasztalatok alapján. Értékkövetési  
módszerek.

Ajánlott irodalom:

Arató Miklós: Nem-élet biztosítási matematika. Egyetemi tankönyv. Eötvös Kiadó,  
Budapest, 2001.

#### **MAT/6** Optimális megállítás

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Véges sok valószínűségi változóból álló sorozat optimális megállítása. (A Szindbád-  
probléma megoldása és egyéb ehhez kapcsolódó optimalizálási problémák.)  
Végtelen sorozatra vonatkozó Bellmann-egyenlet. Majoráló szupermartingálok.  
Reguláris és excesszív függvények. Szekvenciális hipotézisvizsgálat. Riasztási  
feladat.

Ajánlott irodalom:

A. N. Shiryaev: Statistical sequential analysis : optimal stopping rules, A.M.S.,  
Providence, 1973.

#### **MAT/7** Pénzügyi folyamatok elemzése 3.

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kötvények és kamatok, zérókupon hozamgörbe

Egyfaktoros kamatmodellek a rövidkamatlábba (Vasieck, Cox-Ingersoll-Ross, Hull-  
White, Markov-lánc)

Heath-Jarrow-Morton modell, a rövidtávú és a határidős kamatráták kapcsolata.

Kamatrátán alapuló származékos termékek

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest,  
2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

A. N. Shiryaev: Essentials of Stochastic Mathematical Finance. World Scientific,  
Singapore, 1999.

#### **MAT/8** Pénzügyi folyamatok elemzése 4.

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Immunizáció.

Részvények és kötvények folytonos időben.

A „Görögök”.

Egzotikus és amerikai opciók.

Opciók árazása és a parciális differenciálegyenletek.

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest,  
2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

A. N. Shiryaev: Essentials of Stochastic Mathematical Finance. World Scientific,  
Singapore, 1999.

#### **MAT/9** Többváltozós statisztikai módszerek

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)



12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
A többdimenziós normális eloszlás paramétereinek becslése. Mátrixértékű eloszlások. A Wishart-eloszlás: sűrűségfüggvénye, determinánsa, inverzének várható értéke. Többdimenziós normális eloszlás paramétereire vonatkozó hipotézis vizsgálat. Függetlenségvizsgálat. Normalitásvizsgálat.  
Lineáris regresszió.  
A változók közötti kapcsolat mérése: korrelációs együttható, parciális korreláció, kanonikus korreláció.  
Főkomponensanalízis, faktoranalízis, szórásanalízis, diszkriminanciaanalízis.  
Diszkrét, többváltozós modellek, Kontingenciatáblák. Maximum-likelihood becslés loglineáris modellben.  
Kullback-Leibler-féle divergencia. Lineáris és exponenciális eloszláscsaládok. Az L-vetület numerikus meghatározása (Csiszár-féle módszer, Darroch-Ratcliff-eljárás).

Ajánlott irodalom:

K.V. Mardia, J.T. Kent and J.M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1979

Móri T. – Székely G. (szerk.): Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

C. R. Rao: Linear statistical inference and its applications, Wiley and Sons, 1968

**MAT/10** Internetszeminárium-Analitikus félcsoportok

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Évente változó tematikájú, a funkcionálanalízis vagy a parciális differenciálegyenletek témájából nemzetközi együttműködésben tartott szeminárium. Az első félévben előadás jelleggel, a második félévben pedig szemináriumi előadás formájában. Bővebb információt a felelős oktató ad.

**MAT/11** Invariáns altér probléma

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Redukáló altér, Wold felbontás. Kontrakciók izometrikus és unitér dilatációi. Az invariáns altér probléma, variációi pozitív operátorokra Banach hálókön. Ellenpélda Banach terekben. Néhány modern eredmény. Szőkefalvi-Nagy B.- C. Foias: Harmonic Analysis of Operators on Hilbert Space B. Beauzamy: Introduction to Operator Theory and Invariant Subspaces

**MAT/12** Kiegészítő fejezetek a funkcionálanalízisből

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Spektrálemélet, Riesz-Dunford függvénykalkulus, differenciáloperátorok spektruma. Spektrálfelbontás. Hilbert-Schmidt és Trace class operátorok, szinguláris értékek. A "spectral shift" függvény. Fredholm operátorok, integráloperátorok, konvolúció-operátorok. Index. Gohberg-Goldberg-Kaashoek: Classes of Linear Operators I.

**MAT/13** Operátorfélcsoportok Hilbert térben

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Kontrakciófélcsoportok unitér dilatációja, Szőkefalvi stabilitási tétele. Gearhart tétele, Datko-Pazy tétel. Alkalmazások hullámegyenletekre. Normafolytonosság jellemzése Hilbert térben. Fourier-multiplikátorok alkalmazása. Engel-Nagel: One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations

**MAT/14** Parabolikus maximális regularitás

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Analitikus félcsoportok, inhomogén differenciálegyenletek, szemilineáris

egyenletek. Linearizált stabilitás. Megoldások regularitása térben és időben. Lunardi: Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems

**MAT/15** Szemikonkáv függvények

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Szemikonkáv függvények alaptulajdonságai. Hamilton-Jacobi egyenletek. "Viscosity solutions". Néhány variációs számítási probléma. Optimális kontroll. Cannarsa-Sinestrari: Semiconcave functions, Hamilton-Jacobi equations and Optimal Control

**MAT/16** Végtelen dimenziós dinamikai rendszerek kvalitatív elmélete

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételtető

Operátorfélesoportok. Generátor, Hill-Yosida tétel. Spektrum, stabilitás, spektráleképezés. Alkalmazások. Engel-Nagel: One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations

**MAT/17** Kombinatorikus optimalizálás

[Benczúr András – BEAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Hiányzó leírás.

**MAT/18** Konvex testek és rácspontok I.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Minkowski 1. tétele. Blichfeldt tételei, Minkowski tételének általánosításai. A Rédei-Hlawka-tétel. Szukcesszív minimumok. Minkowski 2. tétele, extrémális testek. Paralleloéderek és rácspontok Voronoi-politópjai. A Voronoi-bázis és a Voronoi-sejtés.

Ajánlott irodalom:

- 1) P.M. Gruber, C.G. Lekkerkerker: Geometry of Numbers. North-Holland Mathematical Library, 1987.

**MAT/19** Konvex testek és rácspontok II.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Redukcióelmélet. Hermite-, Minkowski-, Lovász-féle redukált bázis. Mahler kiválasztási tétele. Rácspont elhelyezések és fedések. (A Minkowski-Hlawka-tétel, rácspont gömbelhelyezések.) Lapossági tételek. Fedési sugár.

Ajánlott irodalom:

- 1) P.M. Gruber, C.G. Lekkerkerker: Geometry of Numbers. North-Holland Mathematical Library, 1987.

**MAT/20** Matematikai programozás és konvex geometria I.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

A lineáris programozás alapfeladata. A dualitás elve. A Fourier-Motzkin-elimináció. Szimplexmódszer és Hirsch sejtése. Egyszerű és szimpliális politópok. Politópok gráfjai: Kalai tétele, Balinski tétele, Steinitz tétele. Politópok diagramjai (Gale-diagram).

**MAT/21** Matematikai programozás és konvex geometria II.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Politópok kevés csúccsal (az alsó korlát tétel). Zonotópok és mozaikok. A Dehn-Sommerville-egyenletek, a felső korlát tétel. Az ellipszoidmódszer. A Löwner-John-ellipszoid, a Dworetzki-Milman-tétel és alkalmazásai. A Karmarkar-módszer.

## **MAT/22** Fejezetek a topológiából

[Bognár Máttyás – BOMMAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A finomítás fogalma. Lokálisan véges, diszkrét,  $\delta$ -lokálisan véges és  $\delta$ -diszkrét halmazrendszerek. Stone tétele /metrizálható térben minden nyílt fedésnek van lokálisan véges  $\delta$ -diszkrét nyílt finomítása/. Parakompaktság. Lindelöf terek. Egységosztás. Metrizációs terek. Nagata-Szmirnov tétele. Bing tétele. A sündisznó tér. Kowalski tétele /minden  $\mu$  számossághoz tartozik univerzális  $\mu$ -súlyú metrikus tér/. Topológiánál finomabb folytonossági struktúrák. A Riesz-féle láncoltság. Weil uniform tere és a Jeffremovics- Szmirnov -féle szomszédsági tér. Ezek kapcsolata. Teljes és teljesen korlátos uniform terek. Uniform terek metrizációs tétele. Topologikus csoportok. Hahn-Mazurkiewicz tétele. Whyburn tétele. Ívszerűen és lokálisan ívszerűen összefüggő terek. Kontinuumok és általánosított kontinuumok.

Ajánlott irodalom:

1. R. Engelking: General Topology /Warszawa, 1977/. 2. G. T. Whyburn: Topological Analysis /Princeton, 1964/ 3. F. Riesz: Steitsbegriff und abstrakte Mengenlehre. Atti del IV. Congresso Internazionale dei Matematici. Roma 1908. vol. II. Roma 1909. 18-24. /Riesz Frigyes Összegyűjtött munkái I. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1960. 155-161/. 4. ЕФДемофЧЧ В.А. ТеомемДua бЛуэоому I. MAT. Сб. 31 (1951),189-200. 5. Smirnov. Ju. M., On proximity spaces, English translation, Amer. Math. Soc. Transl. Ser. 2. 38 /1964/. 5-35/. 6. H. Hahn, Über die allgemeinste ebene Punktmenge, die stetiges Bild einer Strecke ist. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, 23 /1914/, 318-322. 8. S. Mazurkiewicz, Sur les lignes de Jordan, Fund. Math. 1 /1920/, 166-209.

## **MAT/23** Diszkrét geometria I.

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Euklideszi, szférikus és hiperbolikus geometria. 2-dimenziós szabályos és félig szabályos mozaikok. A  $(r-R)$ -pontrendszerek. Cellarendszerek. Egyszerű szélsőérték-problémák. Hajós-lemma. Sűrűség korlátos tartományban. Kongruens körök elhelyezése (általános tételek).

## **MAT/24** Diszkrét geometria II.

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Sűrűség az euklideszi síkon. A hiperbolikus sűrűség definíciójának nehézségei. Kongruens körökkel való fedés az állandó görbületű felületeken (általános tételek). Tammes-probléma. Dowker-tételek. Körelhelyezések, homogeneitás. Konvex lemezek elhelyezései az euklideszi síkon. Konvex lemezekkel való fedés az euklideszi síkon. Többszörös elhelyezések és fedések.

## **MAT/25** Diszkrét geometria III.

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Speciális elrendezések az állandó görbületű felületeken (tágasság, szorosság, szoliditás, térigény, szeparálhatóság). Általánosított elrendezések. Felhők, blokkolás.  $E^n$ -ben a rácsok alaptulajdonságai, redukciók, kapcsolat a kvadratikus formákkal. Paralleloéderek. Szabályos és félig szabályos poliéderek, politópok. Magasabb dimenziós rácsszerű gömbelhelyezések, gömbfedések ill. nem feltétlen rácsszerű gömbelrendezések.

## **MAT/26** Kombinatorikus geometria I.

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Pontok és egyenesek illeszkedési kérdései. Sylvester-problémakör, gráfok keresztesztési száma. Helly-típusú tételek és alkalmazásaik. Tüleszúrasi problémák.

**MAT/27** Kombinatorikus geometria II.

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Pontrendszerek szeparációja. Hipersíkkrendszerek tulajdonságai, alrendszerek bonyolultsága. Pontok közötti távolságok száma (egység-távolságok, minimális illetve maximális távolságok). Erdős problémakör I.

**MAT/28** Diszkrét dinamikus rendszerek

[Buczolich Zoltán – BUZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Topologikus tranzitivitás és minimalitás. Omega limeszhalmazok. Szimbolikus dinamikus rendszerek. A topologikus Bernoulli-shift. A kör leképezései. A forgatási szám létezése. Invariáns mértékek. Krylov-Bogolubov tétel. Minimális homeomorfizmusok és invariáns mértékek. Kompakt Abel-csoportok forgatásai, egyféleképpen ergodikus transzformációk és minimalitás.

Unimodális leképezések. Gyúró sorozat (kneading sequence). Végperiodikus szimbolikus pályájú pontok periodikus pontokhoz tartanak. Szimbolikus pályák előjeles lexikografikus rendezése. A megengedett szimbolikus pályák halmazának karakterizációja. A topologikus entrópia ekvivalens definíciói. A topologikus entrópia tulajdonságai. Intervallumleképezések cikk-cakk száma. Markov-gráfok. Sharkovszkij tétel. Az ergodelmélet alapjai. Maximális ergodtétel és Birkhoff ergodtétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom: A. Katok, B. Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

W. de Melo, S. van Strien, One-dimensional dynamics, Springer Verlag, New York (1993).

I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

**MAT/29** Ergodelmélet

[Buczolich Zoltán – BUZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Példák. Konstruksiók. von Neumann L<sup>2</sup> ergodtétel. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.

Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.

Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról. Ergodikussággal ekvivalens tulajdonságok. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága.

Kac lemma. Kakutani–Rohlin lemma. Bernoulli shift, egységkör forgatásainak illetve a tórusz eltolásainak ergodikussága. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli shift erősen keverő. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens tulajdonságok. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel. Integrálok differenciálása. Wiener lokális ergodtétele. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.

Entrópia a fizikában és az információelméletben. Felosztás és egy transzformáció metrikus entrópiájának definíciója. Feltételes információ és entrópia. "Entrópia metrika".

A feltételes várható érték mint L<sup>2</sup>-beli vetítés. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról. Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).

Ajánlott irodalom:

K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 2, Cambridge University Press, (1981).  
I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

**MAT/30** Fejezetek a dinamikus rendszerekből I.

[Buczolich Zoltán – BUZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Dimenziófogalmak ismételése. Tömeg szétesztási elv. Iterált függvényrendszerek (IFS-ek). IFS-ek attraktorainak kódolása. OSC. Invariáns mértékek PIFS-ek attraktorain. Implicit módszerek a dimenzióbecslésre. Süti vágók (alppélda nem lineáris rendszerre). Korlátos variációs elv. Korlátos torzítási elv. Szubadditív és szubmultiplikatív sorozatok. Mértékek gyenge konvergenciája, gyenge kompaktság. Termodinamikusan formalizmus: A topológikus nyomás és a Gibbs mérték létezésére vonatkozó tétel. A dimenzióformula. Invariáns mértékek: Sinai-Bowen-Ruelle operátor, invariáns mérték létezésére vonatkozó tétel. Gibbs mértékek ergodikussága. Entrópia és a variációs elv.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom: K. Falconer Fractal geometry. Mathematical foundations and applications. Second edition. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 2003.

**MAT/31** Kvaziuniform terek

[Császár Ákos – CSAMAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/32** Topogenitások

[Császár Ákos – CSAMAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/33** A nyalábok és konnexiók általános elmélete

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Serre-féle nyalábok, lokálisan triviális nyalábok, vektornyalábok, principális nyalábok. G-struktúracsoportú nyalábok. A struktúracsoport redukciója, felemelése. Nyaláb homotopikus sorozata. Műveletek nyalábokkal. Nyalábok osztályozási tétele, univerzális nyalábok. Konnexiók megadási módjai vektor- és principális nyalábokon. Párhuzamos eltolás, holonómia csoport, redukciós tétel. Görbületi operátor, görbületi tenzor. Cartan-féle struktúraegyenlet, Bianchi-azonosság. Az Ambrose-Singer-tétel.

Ajánlott irodalom:

1) M.M. Postnikov: Lecons de geometrie, Geometrie differentielle, Semester 4.

**MAT/34** Algebrai görbék

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Némethi András – NEAOAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapvető algebrai geometria. Affin algebrai halmazok, Hilbert bázistétele és a nullhelytétel. Irreducibilis affin algebrai halmazok. Zariski-topológia. Koordinátagyűrű, racionális leképezések, regularitás. Izomorfizmusok és biracionális izomorfizmusok. Dimenzió. Lokális gyűrű. Az érintőtér és a beágyazási dimenzió. Sima pontok. Projektív és kváziprojektív sokaságok.

Síkgörbék geometriája. Pont és érintő multiplicitása. Két görbe metszési multiplicitása egy pontban. Bézout tétele. Felső becslés a szinguláris pontok számára. Pascal tételének általánosítása. Plücker tétele egy pontból egy görbéhez

húzható érintők számáról. Inflexiós pontok. Harmadfokú síkgörbék Weierstrass-féle normálalakja. Inflexiós pontok egy sima harmadfokú síkgörbén. Csoportstruktúra harmadfokú síkgörbéken. Salmon tétele. Szingularitások eltüntetése Cremona-transzformációval és felfújással. Szingularitások osztályozása.

Ajánlott irodalom:

- 2) Kollár János: Algebrai görbék, Matematikai Lapok **28**, No 1-3, 153–198, (1980).
- 3) R.J. Walker: Algebraic Curves, Princeton University Press, 1950.

#### **MAT/35** Lie-csoportok

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Lie-csoportok, lokális Lie-csoportok és Lie-algebrák kapcsolata. Lie-funktorok.

Egyparaméteres részcsoporthok és az exponenciális leképezés. A Hausdorff–Campbell–Baker-sor és a Dynkin-polinomok. Univerzális burkoló algebra, a Pincaré–Birkhoff–Witt-tétel, Hopf-algebrák. A lokális Lie-csoportok globalizálhatósága, Cartan tétele.

Lie-algebrák és reprezentációik, Nilpotens és feloldható Lie-algebrák, Jacobson és Engel tételei, féligegyszerű és redukív Lie-algebrák. Reprezentáció nyomformája, Killing-forma, a feloldhatóság és féligegyszerűség Cartan-féle kritériumai, Casimir-operátorok. Lie-algebrák kohomológiái, Whitehead tétele és alkalmazásai, Levi-Mal'cev-tétel. Ado tétele.

Ajánlott irodalom:

- 1) M.M. Postnikov: Lectures in Geometry, Semester 5, Lie Groups and Lie Algebras, Mir, Moscow, 1986.
- 2) J-P. Serre, Lie algebras and Lie groups, 2<sup>nd</sup> ed., Springer, 1992.

#### **MAT/36** Nem-sztenderd analízis

[Csirmaz László – CSLLAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Elemi és nem elemi analízis nem-sztenderd módszerekkel. Logikai eszközök: kompaktsági tétel, magasabbrendű logika, bővítés. Elemi analízis, valós függvénytan (Arzela és Ascoli tételei), topológikus terek, Urison metrizációs tétele; komplex függvénytan: polinomok gyökeinek eloszlása; nagy Picard tétel, Julia irányok és általánosítások.

Csirmaz Laszlo: Nem-sztenderd analízis, Typotex, 1999

Abraham Robinson: Non-standard Analysis, Princeton Univ. Press, 1996

#### **MAT/37** Bevezetés az információelméletbe

oktató: [Csiszár Imre - CSIKAAT.ELTE](#)

adminisztrátor: [Csiszár Villő - CSVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Forráskódolás változó hosszúságú és blokk-kódokkal. Entrópia és formális tulajdonságai. I-divergencia és formális tulajdonságai. Típusok és tipikus sorozatok. A zajos csatorna fogalma, csatornakódolási tételek. Rate-distortion elmélet. Csatornakapacitás és kiszámítási módjai. Forrás- és csatornakódolás lineáris kódokkal. Több felhasználós hírközlő rendszerek: korrelált források egyedi kódolása, több bemenetelű csatornák.

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Körner: Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems. Akadémiai Kiadó, 1981.

Cover – Thomas: Elements of Information Theory. Wiley, 1991.

#### **MAT/38** Információelméleti módszerek a statisztikában

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

adminisztrátor: [Csiszár Villő - CSVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hipotézisvizsgálat: exponenciális értelemben optimális próbák egyszerű és összetett null-hipotézis tesztelésére, az optimális hibaexponens jellemzése I-divergencia segítségével. Exponenciális eloszláscsaládok, információ vetület és maximum likelihood becslés kapcsolata. A maximum likelihood becslés határeloszlása. Kontingenciatablázatok elemzése információelméleti módszerrel.  
A minimális leírási hossz módszer. Modellválasztás információs kritérium alapján.

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Shields: Information Theory and Statistics: a tutorial. Now Publishers, 2004. Elérhető online:

[http://www.renyi.hu/~csiszar/Publications/Information\\_Theory\\_and\\_Statistics:\\_A\\_Tutorial.pdf](http://www.renyi.hu/~csiszar/Publications/Information_Theory_and_Statistics:_A_Tutorial.pdf)

**MAT/39** Nemlineáris optimalizálási módszerek

oktató: [Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

[Csizmadia Zsolt Gábor – CSZEAQT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Feltétel nélküli minimalizálás. Szükséges és elégséges optimalitási feltételek. Iránymenti keresés. Algoritmusok. Feltételes minimalizálás. Belsőpontos módszerek sima konvex optimalizálásra. Megengedett irányok módszere. Gradiens és vetített gradiens módszerek. Teljes információjú, nem kooperatív, konkáv hasznosság függvényű véges játékok. Brower- és Kakutani-féle fixpont tételek. Nikaidó-tétel. Legjobb válaszok módszere. Nikaidó-Isoda tétel.

**MAT/40** Az újkori analízis története

[Czách László – CZLMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/41** Differenciálszámítás Banach-terekben

[Czách László – CZLMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Folytonos lineáris és multilineáris leképezések elmélete, Banach-térbel Banach-térbe képező függvények első és magasabb rendű deriváltjainak értelmezése, Young-tétel, Lagrange-egyenlőtlenség, Taylor-sor, lokális diffeomorfizmus-tétel, lokális szuperjekció-tétel, lokális injekció-tétel, valós értékű függvények szélsőértéke és feltételes szélsőértéke. Czách László: Differenciálszámítás normált terekben (elektronikus jegyzet).

**MAT/42** Topologikus vektorterek

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Lineáris topológiák alaptulajdonságai, projektíven előállított lineáris topológiák, lokálisan kompakt topologikus vektorterek, metrizálható topologikus vektorterek, lokálisan konvex és polinormálható terek, induktívan előállított lokálisan konvex terek, Krein-Milman tétel, a Hahn-Banach tétel geometriai formája, korlátosság topologikus vektortéren és a normálhatóság kritériuma, lokálisan konvex lineáris függvényterek, Ascoli-tételek, Alaoglu-Bourbaki tétel, Banach-Alaoglu tétel, Banach-Steinhaus tétel, a dualitás-elmélet elemei, dualitással kompatibilis topológiák, Mackey-Arens tétel, speciális lokálisan konvex terek (Mackey-terek, bornologikus terek, hordós terek, Montel-terek, reflexív terek).  
Banach-algebrák és a Gelfand-reprezentáció, kommutatív komplex Banach algebra Gelfand-reprezentációja, holomorf függvényszámítás,  $B^*$ -algebrák és  $C^*$ -algebrák, első Gelfand-Najmark tétel és folytonos függvényszámítás, absztrakt Stone-tétel, pozitivitás  $C^*$ -algebrákban, Baer  $C^*$ -algebrák

Kötelező irodalom: Kristóf János Analízis IV. <http://cs.elte.hu/~krja>

**MAT/43** Bioinformatika Journal Club

[Miklós Dezső – MIDNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
A szemináriumon elsősorban a hálózatok dinamikájáról és struktúrájáról szóló alapvető eredményeket fogjuk áttekinteni a diákok előadásában, főleg az újonnan megjelent The Structure and Dynamics of Networks (Mark Newman, Albert-Laszlo Barabasi, & Duncan J. Watts) könyv alapján, amely a mára már komoly irodalommal és történelemmel rendelkező témából az eddig megjelent legfontosabb cikkeket tartalmazza.

**MAT/44** Geometriai algoritmusok

[Vesztergombi Katalin – VEKMAAT.ELTE](#)

[Pálvölgyi Dömötör – PADGABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Konvex burok algoritmusok a síkban és magasabb dimenziókban.  
Alsó becslések: Ben-Or tétele, momentum-görbe, ciklikus poliéder.  
Síkdarabolás egyenesekkel. Nagy konvex sokszög keresése (parabolikus dualitás). Pont helyének visszakeresése síkdarabolásban.  
A posta probléma. Voronoi diagrammok. Delaunay háromszögelés és alkalmazásai.  
Illeszkedési becslések.

Ajánlott irodalom: De Berg, Kreveld, Overmars, Schwartzkopf: Computational geometry. Algorithms and applications, Berlin, Springer 2000.

**MAT/45** Komb. Geometria szem.

[Tóth Géza – TOGLAAT.ELTE](#)

[Pálvölgyi Dömötör – PADGABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Klasszikus illeszkedési problémák. A különböző irányok száma, Scott-Ungar tétel  
A Szemerédi-Trotter becslés. Beck tétele. r-paraméteres görbeseregek, Pach-Sharir tétel.  
Egyenesekkel való síkdarabolások szerkezete, szintek, zóna tétel.  
Chazelle-Welzl tétel. Geometriai diszkrepancia.  
„Vágási lemma” egyenesekre és pontthalmazokra..

**MAT/46** Kombinatorika szeminárium

[Simonovits Miklós – SIMPAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
A Rényi Intézet hagyományos kombinatorika szemináriuma.

Irodalom:

János Pach and Pankaj K Agarwal: Combinatorial Geometry J. Wiley and Sons, New York, 1995.

Jiri Matousek: Lectures on Discrete Geometry, Springer, 2002.

**MAT/47** Kombinatorikus geometria

[Elekes György – ELGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/48** Térbeli illeszkedések

[Elekes György – ELGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/49** Véletlen struktúrák és alkalmazások

[Elekes György – ELGKAAT.ELTE](#)



Lovász László – LOLKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Várható érték és második momentum módszer.  $(R(k,k)$  alsó becslése, tranzitív részturnament, van der Waerden, ...) Véletlen objektum algoritmikus javítása.

Konstrukció nagy kromatikus számú, kis kört nem tartalmazó gráfra.

Véletlen gráfok: Küszöbfüggvény, evolúció  $p=1/n$  környékén. Klikkméret, kromatikus szám várható értéke.

Kvázivéletlen gráfok (Chung–Graham–Wilson) és spektrális jellemzésük.

Lokális lemma és alkalmazásai. van der Waerden számok, Ramsey számok alsó becslése, hipergráfok 2-színezései.

Diszkrepancia-elmélet. Beck–Fiala-tétel, Spencer

„6-szoros szórás” tétele.

Vapnik–Cservonenkisz dimenzió-alaptétele.

Irodalom:

Lovász L.: Combinatorial Problems and Exercises bizonyos fejezetei, Akad. Kiadó, 1995

— N. Alon, J. Spencer: The probabilistic method, Acad. Press, 1992

#### **MAT/50** Approximáció elmélet szeminárium

Elekes Márton – ELMKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Analízis osztálya heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadókkal. Hetente változó téma, általában angolul.

#### **MAT/51** Modern analízis szeminárium

Elekes Márton – ELMKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A valós függvénytan és a geometriai mértékelmélet friss és modern eredményeit próbáljuk megérteni valamint továbbfejleszteni a diákokkal. Irodalom: - Modern analysis seminar With the students we try to understand and improve the recent modern results in real functions and geometric measure theory.

#### **MAT/52** Kockázatértékelés operációkutatási modelljei

Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Kockázati mértékek és tulajdonságaik. Pénzügyi alkalmazásokban használatos speciális mértékek (SPAN, VaR, CVaR). Koherens kockázati mértékek, duális reprezentáció.

Kockázati mértékek és deviancia-mértékek összefüggése. Konvex kockázati mértékek optimalizálása: a Markowitz-féle mean/variance modell általánosításai.

Sztochasztikus dominancia fogalma. Másodrendű sztochasztikus dominancia

kapcsolata a különböző kockázati mértékekkel. Első- és másodrendű sztochasztikus dominanciát előíró optimalizálási modellek vizsgálata.

Kockázati mértékek használata többlépcsős sztochasztikus modellekben.

#### **MAT/53** Lineáris programozási programcsomagok

Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Matematikai programozási eljárások implementációs kérdései.

LINDO, LINGO lineáris, nemlineáris és egészértékű programcsomag. A CPLEX lineáris, kvadratikus és egészértékű programozási programcsomag.

Ajánlott irodalom:

Maros István: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer, 2003

#### **MAT/54** LP programcsomagok

Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Lineáris programozási eljárások összehasonlítása, implementálási kérdések. LP feladatok megfogalmazása, és az eredmény értelmezése. Az MPS input/output formátumtól a modellező eszközökig. Nehány LP megoldó megismerése: Excel Solver, LINDO, CPLEX. Modellező eszköz: GAMS. Irodalom: Maros, I.: Computational Techniques of the Simplex Method, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.

**MAT/55** Operációkutatási programcsomagok

[Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Matematikai programozási feladatok megadása és az eredmény kiértékelése: fejlődés az MPS input/output formátumtól a modellező eszközökig.

Modellező eszközök bemutatása: Xpress, GAMS, AMPL, AIMMS.

**MAT/56** Szimuláció

[Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Diszkrét momentum feladatok. Elemi események együttes bekövetkezésének valószínűségére vonatkozó becslések.

Véletlenszám-generátorok. Monte Carlo módszerek többdimenziós integrálok számítására. Elemi események együttes bekövetkezésének valószínűségére vonatkozó becslések alkalmazása többváltozós valószínűségi eloszlásfüggvény értékének becslésére.

Szimuláció alkalmazása optimalizálási feladatok megoldására: sztochasztikus kvázigradiens módszerek. Sztochasztikus dekompozíciós módszerek kétlépcsős sztochasztikus programozási feladatok megoldására.

Ajánlott irodalom:

Kall, P., Wallace, S.W., Stochastic Programming, Wiley, 1994.

Prékopa A., Stochastic Programming, Kluwer, 1995.

Birge, J.R., Louveaux, F.: Introduction to Stochastic Programming, Springer, 1997-1999.

**MAT/57** Sztochasztikus programozás

[Fábián Csaba – FACKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Sztochasztikus modellek áttekintése példákon keresztül. A korlátok és célok különböző megfogalmazásai: várható értékkel, feltételes várható értékkel, valószínűséggel.

Egyszerű modellek felépítése, feladatok megfogalmazása és megoldása.

Alkalmazások bemutatása.

Statikus és dinamikus modellek. Az adódó sztochasztikus programozási feladatok matematikai jellemzése és megoldó módszereik.

Lonkonkáv mértékek alaptétele. Valószínűségi korlátok illetve valószínűséget tartalmazó célfüggvények logkonkávítása. Kiértékelésük közelítő szimulációs eljárásokkal.

Ajánlott irodalom:

Kall, P., Wallace, S.W., Stochastic Programming, Wiley, 1994.

Prékopa A., Stochastic Programming, Kluwer, 1995.

Birge, J.R., Louveaux, F.: Introduction to Stochastic Programming, Springer, 1997-1999.

**MAT/58** Dinamikai rendszerek diszkrétizációja és szimulációja

[Faragó István – FAIKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A másodrendű "ido"függő parciális differenciálegyenletek vizsgálata, a parabolikus simítás. Véges differenciás approximáció és alkalmazása a differenciáloperátorok közelítésére. Véges

elemes approximáció. Rácsfüggvények, kezdeti-peremérték feladatok helyettesítése ráeshálókon. A numerikus és a számítógépes realizálás kérdései. Approximáció, stabilitás, konvergencia. A Lax-Richtmyer tétel és következményei. Félesoportok és a kezdeti érték feladatok., kapcsolatok. Hiperbolikus feladatok. A Courant-Friedrichs-Levy-féle feltétel.

**MAT/59** Funkcionálanalízis és alkalmazásai a numerikus analízisben

[Faragó István – FAIKAAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Nem korlátos pozitív lineáris operátorok tulajdonságai. Energiatér, gyenge megoldás. Kvadratikus funkcionál. Monoton nemlineáris operátorok és konvex funkcionálok. Ritz-Galjorkin-féle projekciós módszerek, a végeselem-módszer elméleti háttere. Iterációs módszerek Hilbert-térben. Gradiens és konjugált gradiens-módszer, prekondicionálás. Kompakt perturbációk és szuperlineáris konvergencia. A Newton-Kantorovics módszer, esillapított és inegzakt változat. Alkalmazás elliptikus peremértékfeladatokra. Galjorkin-típusú diszkretizációs módszerek, végeselem-módszer. A diszkretizált feladatok iterációs megoldása. Ajánlott irodalom: Kantorovics-Akilov: Functional Analysis. Faragó-Karátson: Numerical solution of nonlinear elliptic problems via preconditioning operators. (Kötelező nincs.)

**MAT/60** Algebrai topológia III.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Homotopikus csoport, egzakt sorozat térpárra, fibrálások és Serre fibrálások, homotopikus egzakt sorozatok. Szimpliciális approximáció, Freudenthal tétel. CW approximáció, Whitehead tétel, homotopikus kivágás, általánosított Freudenthal tétel, Addíciós tétel. Homológiák: szinguláris, térpár, térhármas egzakt sorozatai, kis szimplexek lemma, kivágás,  $H^*(X/A) = H^*(X, A)$ , Mayer-Vietoris, CW komplexusra a szinguláris és a CW homológiák megegyeznek. A homológia elmélet axiómái, Hurewicz tétel, Lefschetz fixpont-tétel. A kohomológia definíciója, Extraordináris homológia és kohomológia elméletek, példák (stabil homotopikus csoportok, bordizmusok, kobordizmusok, K-elmélet)

**MAT/61** Algebrai topológia IV.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Vektornyalábok osztályozása, Kapcsolat a proj. modulusokkal, K-csoport, Pontrjagin-Thom izomorfizmus, G-nyalábok osztályozása, Milnor konstrukció BG-re,  $T^*Y^2 = C_{poo}$ ,  $Emb^{so}(n, 2) = O$ ,  $[X/A, K(\mathbb{I}, n)] = H^n(X, A; \mathbb{I})$ , Puppe sorozat  $\Rightarrow$  Kohomologikus egzakt sorozat, obstrukcióelmélet, Hirsch tétel, (kav.  $Imm(S^1, \mathbb{R}^2) \cong \mathbb{Z}$ ), Ttuston telefonzsinórja, Whitney trükk,  $:IMn \rightarrow \mathbb{R}^{2n}$ , hkobordizmus tétel, ált. Poincaré hipotézis, Smale T., Hirsch T., Gromov T.

**MAT/62** Algebrai topológia V.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kohomológia fogalma, csésze szorzat és relatív változata (antikommutativitás, felületre  $H^*(Ap)$ , Tor, Ext, Univerzális együttható formula, Künneth formula, kohomológikus Künneth f., De Rahm kohomol., rot grad div kapcsolata, sapka szorzat (Leibnitz formula), Poincaré dualitás, Thom osztály (multiplikativitás), szorzás duálisa a metszet, top. sokaság irányítása, fund. osztály, komapkt tartójú kohom., Poinc. dualitás peremes változat, Alexander dualitás, kiintegrálás,  $II_M C M \times M$  osztálya, Lefschetz tétel, Euler osztály ( $e(TM), [MJ] = X(M)$ ), karakterisztikus osztályok, Leray-Hirsch tétel, Euler oszt.

= O-helye egy generikus szelésnek, Stiefel- Whitney osztályok, alk.-ok: immerzóra Whitney t. éles, szignatura kobord inv, Pontrj. tétel  $Mn$  perem  $\{=\} \setminus 7w[M] = O$ , Chern oszt és tuL, Pontrj. oszt, Pontrj számok, szignatura formula 8-dim.-ban, Gysin sorozat, Thom izomorfizmus (tetsz. nyalábra), 7-dim. egzotikus gömb.

**MAT/63** Algebrai topológia VI.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Irányítható 3-sokaságokparalelizálható,  $7r_n+2 (sn)$ ,  $Imm(2, 1) \subset Zs, 7r_n+3 (sn)$ ,  $(J$  osztható 16-tal, gyilkost erek, Serremódszer a homotopikuscsop. kiszámolására, Spektrálsorozat, Serretétel: Stabdimenzióban  $rk7f^*=rkH^*$  (köv.  $7fS (n)$  véges, ha  $n > 0$ ,  $rkO_n = 7f (\sim)$ , Mod C tételek (Hurewitz, rel. Hurewitz, Whitehead), e tételei  $7fi (Sn)$  p-komponenseiről,  $7fi (S3)p = 0$  ha  $i < 2p$  és  $Zp$ , ha  $i = 2p$ , zomorfizmus a  $7fi (Sj)$  és  $7fi+2 (SH2)$  p-komponensei között, ha  $j$  p-tlan és  $-1 (j-1) > i+1$ , ha  $n$  páros és  $p \neq 2$  prím, akkor  $(7fi (s2n-l) EB 7fi-l (sn-l))p \sim sn)p$

**MAT/64** Differenciáltopológia I.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

$Mn \times IR^q$ ,  $Mn \times IR^{2n}$  sűrű,  $Mn \times IR^{2nH}$  sűrű, vektornyalábok, érintőnyaláb, indukálás, csőszerű környezet, transzverzálítás,  $cr$  topológia, metszési index hurkolódási együttható, Transzverzálítás tétel, Jet tér, Jet transzv. tétel,  $M^n \sim N^{2n}$  ben sűrűek az immerziók, öntranszv., Hopf invariáns,  $\Pi_{4n-1} (S2n) = \mathbb{O}$ , Morse elmélet: Morsefv.-ek sűrűek, krit érték átlépésére, nem átlépésére a változás, Morse egyenlőtlenség, jó Morse fv., Thom izotópia lemája, Incidencia együtthetők, CW felbontás, Poincaré dualitás, Pontrjagin konstrukció,  $IIs (O)$ ,  $ITB (1)$ , összenyomási tétel és multi változata, EHP,  $r (k)$  tér, nehéz Freudanthal tétel,

**MAT/65** Lie-csoportok és modulusterek

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/66** Spin geometria

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/67** Diszkrét geometria IV.

[ifj Böröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Sűrűségbecslések gömbelhelyezésekre és fedésekre magas dimenziós euklideszi és szférikus terekben: Rogers korlátjai elhelyezésekre és fedésekre, a Blichfeld és a Kabatjanskij-Levenstein korlát elhelyezésekre. Ergodikus gömbelhelyezések és fedések a hiperbolikus térben, és tulajdonságaik.

**MAT/68** Geometria szeminárium

[Fejes-Tóth Gábor – FETNACT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Geometria osztálya heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadókkal. Hetente változó téma, általában angolul.

**MAT/69** Lie-csoportok és Lie-algebrák

[Fialowski Alice – FIAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kezdeknek: Bevezetés a Lie-csoportok, Lie algebrak elméletébe. Definíciók, sokaságok, csoportosíthatóság, stacionárius reszcsoport, klasszikus lineáris Lie-csoportok, kompakt Lie-csoportok, összefüggőség, egyszerűen összefüggő Lie-csoportok, lokális homomorfizmus, fedőcsoport. Lie-csoport erintoalgebraja, Lie-csoport és Lie-algebra homomorfizmus közötti összefüggés; összefüggő kommutatív Lie-csoportok, kommutátorcsoport, feloldható, feligegyszerű és nilpotens Lie-csoportok, Lie-csoportok feldirekt szorzata. Absztrakt Lie-algebra, kisdimenziós osztályozás, lineáris Lie-algebra, Engel-tétel, invariáns szimmetrikus bilineáris formák Lie-algebraiban. Nilpotens, feloldható, feligegyszerű Lie-algebra jellemzése, klasszikus Lie-algebra egyszerűsége. Gyökfelbontás, irreducibilis reprezentáció, Weyl-tétel, Schur-lemma, Casimir-operátor, Levi-Malcev-tétel. Lie-algebra belső automorfizmusai, exponenciális leképezés. Javasolt irodalom: Varadarajan: Lie Groups, Lie Algebras, and Their Representations. Springer.

#### **MAT/70** Lie-csoportok és Lie-algebrák II.

[Fialowski Alice – FIAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kezdeknek: Bevezetés a Lie-csoportok, Lie algebrak elméletébe. Definíciók, sokaságok, csoportosíthatóság, stacionárius reszcsoport, klasszikus lineáris Lie-csoportok, kompakt Lie-csoportok, összefüggőség, egyszerűen összefüggő Lie-csoportok, lokális homomorfizmus, fedőcsoport. Lie-csoport erintoalgebraja, Lie-csoport és Lie-algebra homomorfizmus közötti összefüggés; összefüggő kommutatív Lie-csoportok, kommutátorcsoport, feloldható, feligegyszerű és nilpotens Lie-csoportok, Lie-csoportok feldirekt szorzata. Absztrakt Lie-algebra, kisdimenziós osztályozás, lineáris Lie-algebra, Engel-tétel, invariáns szimmetrikus bilineáris formák Lie-algebraiban. Nilpotens, feloldható, feligegyszerű Lie-algebra jellemzése, klasszikus Lie-algebra egyszerűsége. Gyökfelbontás, irreducibilis reprezentáció, Weyl-tétel, Schur-lemma, Casimir-operátor, Levi-Malcev-tétel. Lie-algebra belső automorfizmusai, exponenciális leképezés. Javasolt irodalom: Varadarajan: Lie Groups, Lie Algebras, and Their Representations. Springer.

#### **MAT/71** Egerváry szeminárium

[Frank András – FRAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A szemináriumon a kombinatorikus optimalizálás legfrissebb fejleményeit dolgozzuk fel. A kreditért egy kijelölt területből előadást kell tartani és annak anyagát írásban elkészíteni.

#### **MAT/72** Gráfelmélet

[Frank András – FRAKAAT.ELTE](#)

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az előadás a gráfelmélet azon részeit tekinti át, amelyek fontosak a kombinatorikus optimalizáláshoz. Számos bizonyítási technikát és alaperedményt ismerünk meg. (Algoritmikus bizonyítások, leemelés, kikeresztetés, konstruktív karakterizációk; perfekt gráf tétel, Kuratowski tétel, Lucchesi-Younger tétel, Tutte tétel, Edmonds fenn? tétele, színezések, irányítások, összefüggőség növelés, diszjunkt út problémák). NEM szerepelnek: Ramsey elmélet, véletlen gráfok, extrémális problémák.

#### **MAT/73** Kombinatorikus optimalizálási struktúrák

[Frank András – FRAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A kombinatorikus optimalizálás nehezebb részeivel ismerkedünk. Párosításelmélet: T-kötések, a kínai postás probléma, Mader leemelési tétele, Greene és Kleitman tételei algoritmikusan, Lucchesi-Younger tétel algoritmikusan. Gy?ri intervallumos tétele.

**MAT/74** Matroidelmélet

[Frank András – FRAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A matroidelmélet alapjait tekintjük át alapvetően a kombinatorikus optimalizálási szempontokra figyelemmel. Rado tétel, Edmonds metszet tétel, Homomorf kép, Matroid partíciós algoritmus, súlyozott matroid metszet algoritmus, alkalmazások hálózati optimalizálásban.

**MAT/75** Poliéderes kombinatorika

[Frank András – FRAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A lineáris programozás alkalmazásait vizsgáljuk a kombinatorikus optimalizálásban. Teljesen unimoduláris feltételi mátrixok a hálózati optimalizálásban, A teljes párosítás poliéder és a párosítás poliéder Edmonds féle leírása. Teljesen duális egészértékesség. Szubmoduláris optimalizálás: polimatroidok és általánosításai, szubmoduláris áramok, gráfelméleti alkalmazások.

**MAT/76** Értékelélmélet

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Archimédeszi és nemarchimédeszi rendezés és értékelés. Értékelt gyűrűk és testek. Hensel-lemma és következményei. Értékelések kiterjesztése algebrai bővítésekre.  $p$ -adikus számok, formális hatványsorok.

Ajánlott irodalom:

Endler: Valuation theory

**MAT/77** Gráfok és algebrák I.

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Relációkkal definiálható algebrai struktúrák. A hálóelmélet általánosításai. Kongruenciadisztributivitás. Duális diszkriminátor.

Ajánlott irodalom:

Fried: Relations and lattice properties.

**MAT/78** Részben rendezett algebrai struktúrák

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Részbenrendezett testek, értékelt testek. Részbenrendezett félcsoportok és csoportok, hálószerűen rendezett csoportok, vektorcsoportok. Részbenrendezett gyűrűk.

Ajánlott irodalom:

Fuchs László: Partially ordered algebraic structures

**MAT/79** Tágas kategóriák I.

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kategóriák, Isbell példája. A tágasság definíciója. Tágas reláció- és algebratípusok. A gráfok és a 2-unáris algebrák kategóriájának tágassága; ezek alapvető fontossága. Félcsoportok tágassága. A részbenrendezések és a topologikus terek kategóriája tágasságának bizonyítása.

Ajánlott irodalom:

Pultr–Trnková: Combinatorial, algebraic, and topological representations of groups, semigroups and categories

**MAT/80** Tágas kategóriák II.

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A gyűrűk, integritási tartományok tágassága. A testek automorfizmuscsoportjára vonatkozó Fried–Kollár-tétel és a monounáris algebraikra vonatkozó Kollár-tétel.

Ajánlott irodalom:

Pultr–Trnková: Combinatorial, algebraic, and topological representations of groups, semigroups and categories

**MAT/81** Algebrai kutatószeminárium

[Pálfi Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

[Kiss Emil – KIEKAAT.ELTE](#)

[Szabó Csaba – SZCKAAT.ELTE](#)

[Károlyi Gyula – KAGKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Olvasó- és kutatószeminárium.

**MAT/82** WWW speciálelőadás

oktató: [Benczúr András – BEAKABT.ELTE](#)

[Friedman Eszter – FRAKAAI.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/83** Befektetések elemzése

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az aktív portfólió kezelés modellje. A portfólió teljesítményének a mérési módszerei. Nyugdíjpénztárak teljesítményének a mérési módszerei. Idő súlyozott és forint súlyozott hozamok.

Irodalom. Bodie/Kane/Marcus, Investments (Irwin, 1996).

**MAT/84** Döntésanalízis

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Wald-, Hurwitz-, Savage- és Laplace- kritériumok véges sok alternatíva esetére, Preferencia relációk, A Neumann-Morgenstern-féle utility elmélet, A Yager-féle OWA operátorok, A Saaty-féle AHP.

Irodalom. Simon French, Readings in Decision Analysis, (Chapman and Hall, London, 1990).

**MAT/85** Makrogazdaságtan és egyensúlyelmélet

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

makrogazdaság alapvető szereplői és piacai. A vállalatok és a háztartások optimális makrogazdasági viselkedési modelljei. A makrogazdaság egyensúlyi modellje. Walras törvényei. A kormányzati pénzügyi politika statikus elemzése, monetáris és fiskális politika. A GDP növekedési feltételei. A költségvetési és a monetáris politika kapcsolatrendszer. Inflációcsökkentés, adóváltozás, kamatváltozás összefüggései. A fogyasztás, beruházás és a megtakarítás kapcsolata. Foglalkozáspolitikai és munkaerőpiac. Az export és az import szerepe.

Irodalom. T. Mellár, Alkalmazott makroökonómia, JPTE, 1997.

**MAT/86** Operációkutatási modellek

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Valós életből származó problémák megértése, matematikai modellek felépítése, az

adódó

matematikai programozási feladatok megoldása, és az eredmények értelmezése.

Témakörök: pénzügy, távközlés, készletgazdálkodás, logisztika, környezetvédelem, stb.

Irodalom. Operations Research Models and Methods (John Wiley and Sons, 2003)

**MAT/87** Pénzügyek menedzselése

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Tőzsdék, pénzügyi eszközök, infláció, kamatok, tőkeallokáció a kockázatos eszköz és a kockázatmentes eszköz között, a Harry Markowitz-féle optimális portfólió modell, tőkepiaci áfolyamok modellje (CAPM), fix kamatozású értékpapírok, részvények értékelése, opciók és opciós stratégiák, opciók árazása

Irodalom. Bodie/Kane/Marcus, Investments (Irwin, 1996).

**MAT/88** Többcélű függvényű optimalizálás

[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Pareto optimalitás, Az epsilon korlátozások módszere, Az értékelő függvény módszer, Interaktív módszerek, Lexikografikus optimalizálás, A referencia pontok módszere, A trade-off módszer.

Irodalom. K.Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, (Kluwer, 1999).

~~**MAT/89** Többcélű programozás~~

~~[Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE](#)~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~

~~Hiányzó leírás.~~

**MAT/90** Algebrai módszerek a geometriában

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Polinom terek módszere, ékszorzat módszer, spektrál módszerek, polinom módszer. Weyl becslés és ekvivalens formái és alkalmazásai. Konstrukciók véges testekkel és véges geometriákkal.

**MAT/91** Leszámlálások

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Permutációk és permutációcsoportok. „Szimmetria erejéig különböző” objektumok leszámllása: Burnside-tétel, ciklus-index polinom, Pólya--Redfield--de Bruijn módszer.

Rekurziók és megoldásaik. Inverziós formulák, Lagrange-inverzió. Halmazok és számok partíciói, lineáris homogén diofantoszi egyenletek, generátorfüggvények, kombinatorikus azonosságok (binomiális együtthatók és hipergeometriai függvények, Catalan, Stirling, Bell és Fibonacci-számok), "Snake Oil" módszer. A szita-formula általánosításai: részben rendezett halmazok, hálók és Möbius-függvényük. A Möbius-inverziós formula, technikák a Möbius-függvény kiszámítására. Gráfelméleti alkalmazások (fák, feszítő fák, 1-faktorok száma).

Irodalom:



Lovász L.: Combinatorial Problems and Exercises izonyos fejezetei,  
Akad. Kiadó 1995  
J. H. van Lint, R. Wilson: A course in combinatorics, Cambridge, 1992  
R. L. Graham, D. E Knuth, O. Patashnik: Konkrét matematika, Műszaki, 1997

**MAT/92** Szimmetrikus struktúrák

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/93** Véges geometria

[Kiss György – KIGKABT.ELTE](#)

[Sziklai Péter – SZPKABT.ELTE](#)

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Projektív és affin síkok axiomatikus bevezetése, példák véges síkokra, nem-desarguesi síkok. Kollineációk, nevezetes záródási tételek, Baer tétele, projektív síkok koordinátázása. Magasabb dimenziós projektív terek.

Ívek, oválisok, teljes ívek, az érintők lemmája. Algebrai görbék pontjainak számára vonatkozó becslések. Lefogó ponthalmazok, a Rédei-polinom néhány alkalmazása. Többszörösen lefogó ponthalmazok és  $(k,n)$ -ívek. Magasabb dimenziós ívek, süvegek, ovoidok.

Magasabb dimenziós reprezentációk, befedések, pakolások. Lineáris komplexusok, általánosított sokszögek. Hiperoválisok.

A véges geometriák néhány kombinatorikai, kódelméleti és kriptográfiai alkalmazása.

Ajánlott irodalom: 1) Kiss György, Szőnyi Tamás: *Véges geometriák*, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

2) Hirschfeld, J.W.P.: *Projective Geometries over Finite Fields*, 2nd edition, Clarendon Press, Oxford, 1999.

3) Hirschfeld, J.W.P.: *Finite Projective Spaces of Three Dimensions*, Clarendon Press, Oxford, 1985..

**MAT/94** Bonyolultságelmélet

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Számítási modellek: véges automaták, Turing-gépek, Boole-hálózatok. Algoritmusok és alsó becslések az erőforrás-használatra. Kommunikációs bonyolultság. Döntési fák, rejtőzködés, Ben-Or tétele. Hierarchia-tételek, Sawitch tétel, orákulumok, a polinomiális hierarchia. A PSPACE-osztály, teljes nyelvek. Véletlenített bonyolultságosztályok. Pszeudovéletlen generátorok. Interaktív protokollok. Shamir tétele:  $IP=PSPACE$ . Nehéz problémák közelíthetősége és közelíthetetlensége, a PCP tétel. Alsó becslések Boole-hálózatokon. Párhuzamos algoritmusok aritmetikai problémákra, rendezésre, gráfproblémákra és lineáris algebrai feladatokra. Párhuzamos algoritmusok kifizető hálózatokon. Kolmogorov-bonyolultság

Ajánlott irodalom: Lovász László: *Algoritmusok Bonyolultsága*, egyetemi jegyzet, ELTE 1999.

Papadimitriou, Christos H. (1999): *Számítási bonyolultság*. Novadat Bt., Győr.

Ivanyos, G., Rónyai, L., Szabó, R.: *Algoritmusok*, Budapest, TypoTeX Kiadó, 1998.  
Cormen, Leiserson, Rivest: *Új algoritmusok*, Sclar Kiadó, 2003.

**MAT/95** Bonyolultságelmélet II.

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/96** Kvantumszámítógépek

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/97** Vál. fej. Elosztott számítások

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/98** Válogatott fejezetek, PCP, approximálhatatlanság

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/99** Extremális gráfelmélet

[Győri Ervin - GYEMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/100** Válogatott fejezetek: Extremális gráfelmélet

[Győri Ervin - GYEMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Turán tétel és alkalmazásai. Nem-páros kizárt részgráfok:  
Erdős-Stone tétel, Erdős-Simonovits tétele az aszimptotikusan  
extrém gráfok szerkezetéről, túltelített gráfokban a) a kisebb  
részgráffal együtt egy nagyobb is megjelenik (Dirac tétele), b)  
a részgráf sok példányban jelenik meg.  
Páros kizárt részgráfok: Erdős-Gallai tétele utak  
Turán-számáról, Kővári-T.Sós-Turán becslése a  $K(p,q)$ -et  
nem tartalmazó gráf maximális élszámára, Erdős-Rényi-T.Sós-Brown véges  
geometriai konstrukciója  $K(2,2)$   
esetére, Füredi élesítése.

Szemerédi regularit'asi lemma és alkalmazása az Erdős-Stone  
tételre.

Kocka mint tiltott részgráf. Turán-Ramsey típusú tételek: maximális  
élszám keresése teljes  $k$ -as mentes gráfban, ha nincs nagy üres sem a gráfban  
(Erdős-T.Sós és Erdős-Hajnal-T.Sós-Szemerédi tétele).

Extremális hipergráf problémák: Turán sejtése, Bollobás és  
Szidorenko tételei olyan hipergráfokra, amelyekben nincs két  
(3, ill. 4)-él, melyek szimmetrikus differenciáját tartalmazza egy  
harmadik. Erdős tétele a tiltott  $K_r(t, \dots, t)$  esetére.

Sperner tétele és alkalmazásai, YBLM egyenlőtlenség.  
Erdős-Ko-Rado tétele egy-metszésre. Permut'ációs módszer,  
balratolás módszere. árnyék minimalizálása. árnyék  
minimalizálása  
metsző halmazrendszerre.  $t$ -metsző rendszerek. Csillag módszer,  
Erdős-Ko-Rado  $t$ -metszőkre. Algebrai módszer extrémális  
halmazrendszerekre. Kneser-gráfok kromatikus száma. Keresztben  
metsző halmazpár-rendszerek (Bollobás).

Extremális problémák más parciálisan rendezett halmazokra.

irodalom:

Lovász L.: Combinatorial Problems and Exercises bizonyos fejezetei, Akad.  
Kiadó 1995

Babai L. Frankl P.: Linear algebra methods in combinatorics jegyzet, Univ. Chicago, 1992

Károlyi Gy.: Symmetric structures, TEMPUS jegyzet, 1993.

**MAT/101** Approximációelmélet

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Approximálhatóság trigonometrikus polinomokkal. Fejér közepek. Bernstein polinómok. Pozitív lineáris operátorok. Folytonossági modulus. Jackson és Timan tételei. Analitikus függvények approximációja. Legjobb közelítő polinomok és jellemzése. Csebisev rendszerek. Csebisev polinomok és kapcsolatuk a kapacitással. Bernstein, Markov és Dzjadik becslései polinomok deriváltjaira. Komplex függvénytan módszerek. Inverz tételek Lipschitz osztályok, a Zygmund osztály és analitikus függvények jellemzésére. Lagrange interpoláció. Fejér-Hermite interpoláció. Konvergencia és divergencia  $L_p$  normákban. Vetítőoperátorok.

Irodalom: Zygmund "Trigonometric Series",  
Lorentz "Approximation Theory".

**MAT/102** Fejezetek a komplex függvénytanból

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A cél betekintést adni az egyváltozós komplex függvénytan különböző fejezeteibe, amelyek közül a 2. félévben az érdeklődés szerint meghirdetendő előadások, tanulószemináriumok, gyakorlatok egyeseket részletesebben feldolgoznak. Az alábbi, lényegében különálló témák közül általában hatra egy hónap, heti 2 óra jut.

*Tematika:*

Phragmén-Lindelöf típusú tételek.

Kapacitás. Csebisev konstans. Transzfinit átmérő. Green függvény. Kapacitás és Hausdorff mérték. Konform sugár.

Területi elv. Koebe torzítási tételei. Egyrétű függvények együtthatóinak a becslése.

Terület-ív hossz elv. Extremális hossz. Négyzetek és gyűrűk modulusa.

Kvázikonform leképezés. Kiterjesztésük a határra. Kváziszimmetrikus függvények.

Kvázikonform görbék.

Divergencia- és rotációmentes áramlások a síkon. Komplex potenciál. Áramlás akadály körül, fázisok között.

Laplace integrál. Inverziós képletek. Alkalmazások Tauber típusú tételekre, kvázianalitikus függvényekre, Müntz tételére.

$L_p$ -beli függvények Poisson integrálja. Hardy terek. Riesz Marcell tétele.

Interpoláció  $L_p$  terek között. A Riesz fivérek tétele.

Meromorf függvények a síkon. A Nevanlinna elmélet két főtétele.

Kötelező irodalom: Halász Gábor „Fejezetek a komplex függvénytanból”, „Fourier integrál” és „Kis hidrodinamika” c. egyetemi jegyzete és az azokban megadott további irodalom

**MAT/103** Komplex függvénytan szeminárium

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Fix tematika nélkül, az 1. félév komplex függvénytan témáinak (akár különálló témájú cikkek révén való, akár nagyobb témák tanulószemináriumi ) feldolgozása elsősorban a résztvevő hallgatók előadásában.

**MAT/104** Riemann felületek EA.

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

RIEMANN FELÜLETEK (1 félév, heti 2 óra)

Riemann felületek absztrakt definíciója. Univerzális fedés. Egyszeresen összefüggő felületek konform leképezés. Uniformizáció. Fundamentális tartomány a síkon és az

egységkörben. Többértékű függvények Riemann felülete. Kompakt Riemann felületek. Irodalom: Nevanlinna "Uniformisierung", Springer "Riemann Surfaces".

**MAT/105** Biztosítási tartalék és szolvencia

*Hanák Gábor – HAGNABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Tartalékok, Szavatoló tőke, Viszontbiztosítás, Egyéb biztonságot szolgáló lehetőségek A tartalék és a szavatoló tőke általános definíciója, célja, szerepe a biztosításban. Az eszközök értékelési módszerei. Az eszközök és kötelezettségek modellezésének, valamint összehangolásának elvei. A nyereség és forrásai. Beágyazott érték (EV) számítások; A szavatoló tőke (szolvencia). Aktuárius jelentések. A biztosító egészének értékelése.

Ajánlott irodalom:

N.L. Bowers Jr., H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, C.J. Nesbitt, Actuarial mathematics, Second Edition, The Society of Actuaries, Schaumburg, 1997.

**MAT/106** Nyelvek és automaták

oktató: [Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

*Horváth Sándor – HOSKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Betű, szó, nyelv; a Chomsky-féle nyelvtan és nyelvosztályok; az utóbbiak néhány, algebrai jellegű zártsági tulajdonsága. A Chomsky-féle nyelvhierarchia megfelelése az absztrakt automaták egy hierarchiájának.

Kombinatorikai jellegű tulajdonságok. Néhány eldönthetőségi/eldönthetetlenségi eredmény.

Programozási nyelvek nem-környezetfüggetlen volta.

Környezetfüggetlen nyelvek szintaktikai elemzése.

irodalom:

Révész György: Bevezetés a formális nyelvek elméletébe I.--II., ELTE jegyzet  
Demetrovics J. et al.: A számítástudomány mat. alapjai, Tankönyvkiadó, 1985.

**MAT/107** Adatbányászat szeminárium

[ifj. Benczúr András – BEAKAET.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/108** WWW és hálózatok matematikája

[ifj. Benczúr András – BEAKAET.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A Webkeresőrendszerek felépítése: robot architektúra és robotkizáró protokoll, a dokumentumfeldolgozás menete, invertált index. A találati lista rangsoroláskor használt jellemzők.

Markov-láncok és véletlen séták gráfokon. Elérési és visszatérési valószínűségek, erősen összefüggő komponensek, ergodik Markov láncok. Sajátértékek, sajátvektorok és a stacionárius eloszlás.

Page Rank és alkalmazásai: személyre szabott rangsor, hasonlóságkeresés.

Átfogalmazás séták végpont-eloszlására és hatékony algoritmusok.

Szinguláris felbontás: a felbontás létezésének bizonyítása. Mátrixnormák, kis rangú közelítések.

A HITS algoritmus: meghatározó tartalmak és gyűjtőoldal rangsora. Az algoritmus és a szinguláris felbontás kapcsolata, egy szinguláris felbontás algoritmus bemutatása.

Spektrál gráfklaszterezés, a sajátérték rés és az expanzió kapcsolata. Expanderek.

Gráfmodellek: a Barabási-féle preferált illeszkedés és kapcsolódó modellek. Kis világ modellek. Fokszámeloszlással és átmérővel kapcsolatos tételek.

Weboldalak átmeneti tárolása. Keresőrendszerek adatbázisának frissítése.

Ajánlott irodalom: Searching the Web. A Arasu, J Cho, H Garcia-Molina, A

Paepcke, S Raghavan. ACM Transactions on Internet Technology, 2001  
Randomized Algorithms, R Motwani, P Raghavan, ACM Computing Surveys, 1996  
The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web, L. Page, S. Brin, R. Motwani, T. Winograd. Stanford Digital Libraries Working Paper, 1998.  
Authoritative sources in a hyperlinked environment, J. Kleinberg. SODA 1998.  
Clustering in large graphs and matrices, P Drineas, A Frieze, R Kannan, S Vempala, V Vinyay  
Proceedings of the tenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, 1999.  
Barabási Albert László: Behálózva. Magyar Könyvklub. 2003.  
David Karger, Alex Sherman, Andy Berkheimer, Bill Bogstad, Rizwan Dhanidina, Ken Iwamoto, Brian Kim, Luke Matkins, Yoav Yerushalmi: Web Caching and Consistent Hashing, in Proc. WWW8 conference.

**MAT/109** Analitikus konvexitás I.

[íj Boröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A metrikus projekció. Támasz és elválasztás. Extremális reprezentáció. Konvex függvények. Dualitás. A támaszfüggvény. Hausdorff-metrika. Konvex testek lapstruktúrája. Szingularitások. Szakaszok a határon. Politópok. Regularitás és görbület. Szimmetrizációk.

**MAT/110** Analitikus konvexitás II.

[íj Boröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Zonoidok és konvex testek további speciális osztályai. Vegyes térfogat kiterjesztései. Görbületi és felületi mértékek. A Brunn-Minkowski-tétel. Izoperimetrikus egyenlőtlenségek. Az Alexandrov-Fenchel-egyenlőtlenség.

**MAT/111** Kombinatorikus konvexitás I.

[íj Boröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A  $d$ -konvexitás normált terekben:  $d$ -konvex halmazok támasztulajdonságai,  $d$ -konvex halmazok elválaszthatósága, halmazok családjának Helly-dimenziója. A  $H$ -konvexitás: a  $H$ -konvex burok,  $H$ -konvex testek támaszkúpjai, Helly tétele  $H$ -konvex halmazokra. A Szőkefalvi-Nagy-probléma és általánosításai. Borsuk partíciós problémája normált terekben. A Hadwiger-Gohberg-Levi-Markus-probléma és általánosításai.

**MAT/112** Kombinatorikus konvexitás II.

[íj Boröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A Bateman-Erdős-probléma és általánosításai normált terekben. Minkowski-féle „gömb”-elhelyezések normált terekben. Konvex testek Hadwiger-számai (ill. egyoldali Hadwiger-számai), konvex test eltoltjaiból álló  $k^+$ -szomszédos elhelyezések. A Koebe-Andreev-Thurston-tétel, konvex testek elhelyezéseinek érintkezési számai. Erdős-problémák normált terekben. A megvilágítási probléma normált térben ill. szférikus térben. Normált terek Petty-számai.

**MAT/113** Kombinatorikus geometria III.

[íj Boröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Egységtávolságok, minimális illetve maximális távolságok a magasabb dimenziós euklideszi terekben. Adott területű háromszögek, adott térfogatú szimplexek. Gráfok keresztesi száma felületeken. Szemerédi-Trotter-tétel. Illeszkedési tételek magasabb dimenzióban.

**MAT/114** A folyamatos optimalizálás válogatott fejezetei

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/115** A lineáris programozás belsőpontos módszerei

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Goldman-Tucker modell. Önduális lineáris programozási feladat. Belsőpont feltétel, beágyazás. Centrális út. Goldman-Tucker tétel. Analitikus centrum, Sonnevend-tétel. Optimális partíció. Erős dualitás tétel, Farkas-lemma. Szigorúan komplementáris megoldás. Belsőpontos algoritmusok. Komplexitási tételek.

Ajánlott irodalom:

1. Katta G. Murty: *Linear Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
2. Vašek Chvátal: *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
3. C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: *Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1997.
4. Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, *Informatikai Algoritmusok II.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.

**MAT/116** Dualitáselmélet

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~Hiányzó leírás.~~

**MAT/117** Folytonos optimalizálás

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Lineáris egyenlőtlenségek: Farkas-lemma és egyéb alternatíva tételek. A lineáris programozás dualitás elmélete, pivot algoritmusok (criss-cross és szimplex), belsőpontos módszer. Mátrix játékok: Nash-egyensúly, Neumann-tétel. Konvex optimalizálás: dualitás, szeparálás és algoritmusok. Konvex Farkas-tétel, Kuhn-Tucker-Karush tétel, regularitási feltételek. Nemlineáris programozási modellek. Sztochasztikus programozás: alapmodellek, gyakorlati problémák.

Ajánlott irodalom:

Katta G. Murty: *Linear Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1983.

Vašek Chvátal: *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.

C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: *Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1997.

Kovács Margit: *A nemlineáris programozás elmélete*. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.

Béla Martos: *Nonlinear Programming: Theory and Methods*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.

M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, 1993.

Illés T. és Mészáros K.: A Farkas-lemma egy új és elemi bizonyítása, *Új utak a magyar operációkutatásban*, szerk.: Komlósi S. és Szántai T., Dialógus Campus Kiadó, Budapest, 1999, 73-88 oldalak.

Szidarovszky Ferenc: Játékelmélet, *Informatikai Algoritmusok I.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2004, 314-360.

Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, *Informatikai Algoritmusok II.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.

J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: *Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: *Nemlineáris Optimalizálás*. Budapest, 2004.

**MAT/118** Játékelmélet

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Kooperatív játékok. Kooperatív játékok megoldási koncepciói. Nem teljes információjú játékok. Szekvenciális egyensúly. Ismételt játékok. Játékelméleti modellek és alkalmazások.

Ajánlott irodalom: Forgó F., Szép J., Szidarovszky F., *Introduction to the theory of games: concepts, methods, applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.

Szidarovszky Ferenc: Játékelmélet, *Informatikai Algoritmusok I.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2004, 314-360.

Osborne, M. J., Rubinstein A., *A course in game theory*, The MIT Press, Cambridge, 1994.

J. P. Aubin: *Mathematical Methods of Game and Economic Theor.* North-Holland, Amsterdam, 1982.

#### **MAT/119** Konvex analízis és optimalizálás

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Konvex optimalizálás: dualitás, szeparálás és algoritmusok. Konvex Farkas-tétel, Kuhn-Tucker-Karush-tétel, regularitási feltételek. Nemlineáris programozási modellek.

Ajánlott irodalom:

12. — Kovács Margit: A nemlineáris programozás elmélete. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.

13. — Béla Martos: Nonlinear Programming: Theory and Methods. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.

14. — M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: Nonlinear Programming: Theory and Algorithms. John Wiley & Sons, New York, 1993.

15. — J. B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

16. — J. P. Aubin: Mathematical Methods of Game and Economic Theor. North-Holland, Amsterdam, 1982.

17. — D. P. Bertsekas: Nonlinear Programming. Athena Scientific, 2004.

18. — E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: Nemlineáris Optimalizálás. Budapest, 2004.

#### **MAT/120** Lineáris programozás I.

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/121** Lineáris programozás II.

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/122** Lineáris programozás belsőpontos módszerei

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/123** Nemlineáris optimalizálás II.

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Feltétel nélküli minimalizálás. Szükséges és elégséges optimalitási feltételek.

Iránymenti keresés. Algoritmusok. Feltételes minimalizálás. Belsőpontos módszerek sima konvex optimalizálásra. Megengedett irányok módszere. Gradiens és vetített gradiens módszerek. Teljes információjú, nem kooperatív, konkáv hasznosság

függvényű véges játékok. Brower- és Kakutani-féle fixpont tételek. Nikaidó-tétel. Legjobb válaszok módszere. Nikaidó-Isoda tétel.

Ajánlott irodalom: Kovács Margit: *A nemlineáris programozás elmélete*. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.

Béla Martos: *Nonlinear Programming: Theory and Methods*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.

M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, 1993.

J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: *Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

J. P. Aubin: *Mathematical Methods of Game and Economic Theor.* North-Holland, Amsterdam, 1982.

D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*. Athena Scientific, 2004.

E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: *Nemlineáris Optimalizálás*. Budapest, 2004.

#### **MAT/124** Nemlineáris programozás I.

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A konvex optimalizálás alapjai: a konvex analízis alapjai, optimalitási feltételek, a feltétel nélküli optimalizálás algoritmusai, feltételes konvex optimalizálási feladatok optimalitási feltételei, a konvex optimalizálás dualitáselmélete, algoritmusok feltételes optimalizáláshoz.

A nemlineáris optimalizálás belsőpontos módszerei: dualitás és centrális út, a logbarrier módszer, speciális szerkezetű feladatok.

Ajánlott irodalom:

E. De Klerk – C. Roos – Terlaky T.: *Nemlineáris optimalizálás*, Aula kiadó (BKÁE gondozásában), 2004.

#### **MAT/125** Nemlineáris programozás II.

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/126** Operációkutatás a gyakorlatban

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/127** Strukturált konvex programozás elmélete és algoritmusai

[Illés Tibor – ILTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Feltétel nélküli minimalizálás. Szükséges és elégséges optimalitási feltételek. Iránymenti keresés. Algoritmusok. Feltételes minimalizálás. Belsőpontos módszerek sima konvex optimalizálásra. Megengedett irányok módszere. Gradiens és vetített gradiens módszerek.

Ajánlott irodalom:

5. — Kovács Margit: *A nemlineáris programozás elmélete*. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.

6. — Béla Martos: *Nonlinear Programming: Theory and Methods*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.

7. — M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, 1993.

8. — J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: *Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

9. — J. P. Aubin: *Mathematical Methods of Game and Economic Theor.* North-Holland, Amsterdam, 1982.



10. — D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*. Athena Scientific, 2004.  
11. — E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: *Nemlineáris Optimalizálás*. Budapest, 2004.

**MAT/128** Válogatott fejezetek a folytonos optimalizálásból

*Hlés Tibor – IITKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/129** Matematikai modellalkotás

*Izsák Ferenc – IZFKAAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A hallgatók megismerik azt az utat, amely a jelenség megfigyelésétől a matematikai eszközökkel kezelhető modellhez elvezet, valamint a számítógépes szimuláció módszereit is.

Az ismertett modellek: Biológiai modellek; Játékelméleti modellek a biológiában; Transzportfolyamatok alapjai; Kémiai reakciók modellezése; Reakció-diffúzió rendszerek szimulációja a Mathematica programcsomaggal; Pénzügyi folyamatokat leíró modellek.

Különböző területekről meghívott szakemberek ismertetnek olyan problémákat, amelyekkel a hallgatók a kurzus során önállóan foglalkoznak. A kurzus abban is segíti a hallgatókat, hogy kapcsolatba kerüljenek azokkal a munkahelyekkel, ahol végzés után elhelyezkedhetnek.

Kötelező irodalom:

R. Dautray, J.L. Lions: *Mathematical analysis and numerical methods for science and technology*. Vol. 1. Physical origins and classical methods, Springer, 1990.

J.D. Murray: *Mathematical biology*, Springer, 2003 (3rd ed).

M. Rappaz, M. Bellet and M. Deville: *Numerical Modelling in Materials Science and Engineering*, Springer, 2005.

**MAT/130** Végeselem módszerek alkalmazása

*Izsák Ferenc – IZFKAAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A végeselem módszerek bevezetése után egydimenziós tesztfeladatokon mutatjuk be a módszert. Az általános hibaanalízist elliptikus peremérték feladatok esetében ismertetjük, használva a Szoboljev-terek elméletének elemeit. Többdimenziós problémák megoldásának implementációját ismertetjük egy mintafeladaton a Matlabot használva. Irodalom: Brenner - Scott: *The Mathematical Theory of Finite Element Methods*, Springer, 2002. Stoyan Gisbert (szerk.): *Matlab 4. és 5. verzió*, Typotex, 1999.

**MAT/131** Approximációs algoritmusok

*Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Közelítő algoritmusok NP-nehéz feladatokra. Klasszikus problémák: Steiner fa, utazóügynök feladat, halmazfedés, hátizsák feladat. Lineáris programozási módszerek. Körlefogó pontthalmaz, többutas vágás feladatok.

Minimális méretű többszörösen összefüggő részgráfok.

Irodalom. V. Vazirani: *Approximation algorithms* (Springer, 2003).

**MAT/132** Kombinatorikus algoritmusok I.

*Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Gráfok bejárásai. DFS, BFS keresés és alkalmazásai.

Dinamikus programozás. Fafelbontás, favastagság. Ritka tanúk.

Nagamochi és Ibaraki algoritmus, Gomory Hu fa.

Merevkörű gráfok. Legrövidebb utak. Merev gráfok.

Irodalom. Jordán T.: Kombinatorikus algoritmusok, elektronikus jegyzet.

**MAT/133** Kombinatorikus algoritmusok II.

[\*Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Folyamok, áramok. Algoritmusok (Edmonds-Karp, szintezős algoritmus). Súlyozott változatok. Kombinatorikus és egyéb alkalmazások.  
Lokális keresés. Párosítások. Edmonds algoritmus.  
Gráfok faktorai, T-kötések és alkalmazásai. Szerkezetek merevsége.

Irodalom. Jordán T.: Kombinatorikus algoritmusok, elektronikus jegyzet.

**MAT/134** Kombinatorikus struktúrák

[\*Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Feladatmegoldó szeminárium. Témakörök: kombinatorika, gráfelmélet, algoritmusok, véges matematika.  
Irodalom. Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok (Typotex, 2000)

**MAT/135** Ütemezésméletek

[\*Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Egygépes feladatok. SPT, EDD sorrendek. Hodgson algoritmus.  
Párhuzamos gépek. Listás ütemezés. Hu algoritmus. Uniform gépek.  
Shop modellek. Johnson sorrendje. Órarend készítés.  
Közelítő algoritmusok LP relaxációval, kombinatorikus módszerekkel, branch and bound heurisztikával.

**MAT/136** Optimalizációs feladatok megoldása C++-ban

[\*Jüttner Alpár – JUAKAET.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Hiányzó leírás:

**MAT/137** Közelítő módszerek a funkcionálanalízisben

[\*Karátson János – KAJKAAT.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Operátoregyenletek megoldhatósága. Nemlineáris operátorok alapfogalmai. Monoton operátorok és konvex funkcionálok. Variációs elv, potenciáloperátorok. Gradiens-módszer Hilbert-térben lineáris operátorokra, ill. nemlineáris monoton potenciáloperátorokra. Prekondicionálás és energiatér. A konjugált gradiens-módszer lineáris operátorokra. A Newton-Kantorovics módszer Banach-térben. Ritz-Galjorkin-féle projekciós módszerek. Ajánlott irodalom: Kantorovics-Akilov: Functional Analysis. (Kötelező nincs.)

**MAT/138** Extremális halmazrendszerek

[\*Katona Gyula – KAGLAAT.ELTE\*](#)

[\*Sali Attila – SAAPAAT.ELTE\*](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Egy  $n$  elemű halmaz részhalmazainak rendszerei közül keressük a legnagyobbat (legkisebbet) valamilyen korlátozó feltételek mellett.  
A Sperner tétel például megadja a tartalmazásmentes legnagyobb rendszert.  
A szeminárium célja az irodalom követése.

Egy jó könyv, ami sok előismeretet tartalmaz: Konrad Engel, Sperner Theory, Cambridge University Press, 1997.

**MAT/139** Extremális kombinatorika

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

[Katona Gyula – KAGLAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Turán tétel és alkalmazásai. Erdős-Stone-Simonovits tétel. Utak kizárása, Erdős-Gallai tétel. Teljes páros gráfok izárása általában, Kővári-T. Sós-Turán tétel és véletlen konstrukció. Projektív síkok, polaritás gráf. Brown konstrukció. Alon-Rónyai-Szabó és Kollár-Rónyai-Szabó konstrukció. Szemerédi regularitási lemma és alkalmazásai. Metsző halmazrendszerek uniform és nem-uniform esetben, Erdős-Ko-Rado tételek. Sperner rendszerek. Sperner tétel és alkalmazások, YBL M egyenlőtlenség. Permutációs módszer, transzformációs módszer, balra tömörítés. Arnyék, Katona-Kruskal tétel és alkalmazásai. Lineáris algebrai módszerek, Ray-Chaudhuri-Wilson tételek L-metsző rendszerekről.

#### **MAT/140** Keresés és kommunikációs komplexitás

[Katona Gyula – KAGLAAT.ELTE](#)

[Wiener Gábor – WIGEACTION.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A kereselmélet alapproblémája: egy véges halmaz egy ismeretlen elemét keressük kérdésekkel, ahol egy kérdésre adott válasz megmondja, hogy az ismeretlen elem benne van-e egy adott részhalmazban.

Gyakorlati alkalmazásai például a bioinformatikában vannak. A kommunikációs komplexitás alapproblémája: két résztvevő közösen számol ki egy kétváltozós függvényt, ahol mindkettőjük csak a saját változóját ismeri.

Minimalizálandó a két résztvevő között átvihető információ mennyisége a számolás során. A két probléma matematikai háttere nagyon hasonló.

A szeminárium célja az irodalom követése, a résztvevők új cikkeket ismertetnek. Az alapismeretek megtalálhatók a következő könyvekben.

M. Aigner: Combinatorial Search, Teubner, 1988

E. Kushilevitz, N. Nisan: Communicational Complexity, Cambridge University Press, 1997

#### **MAT/141** Kriptológia

[Csirmaz László – CSLLAAT.ELTE](#)

[Katona Gyula – KAGLAAT.ELTE](#)

[Miklós Dezső – MIDNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A kriptológiai irodalom új eredményeit tekintik át a szeminárium résztvevői.

A témák között szerepelnek pl. az azonosítási módszerek (vízjel, ujjlenyomat), többrésztvevős számítások, választási rendszerek, aukciók, stb.

Irodalom:

Boyd, Mathuria: Protocols for authentication and key establishment (Springer),

Pieprzyk: Fundamentals of computer security (Springer),

Menezes: Handbook of applied cryptography,

Uj irodalom: <http://eprint.iacr.org>

#### **MAT/142** Valós függvénytan feladatmegoldó szeminárium

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A valós függvénytan feladatmegoldó szemináriumon otthon megoldandó gondolkodtató feladatok szerepelnek. A szemináriumon a diákok mondják el megoldásaikat. A feladatok félénként változnak. A valós függvénytan mellett különböző határterületek (geometriai mértékelmélet, leíró halmazelmélet, halmazelmélet, általános topológia, euklideszi terek topológiája) feladatai is szerepelni szoktak. Irodalom: Laczkovich Miklós: Valós függvénytan, ELTE TTK egyetemi jegyzet, 1993. Petruska György: Analízis I. és II., ELTE TTK egyetemi jegyzet, 1998. Hajnal András és Hamburger Péter: Halmazelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., 1994.

**MAT/143** Valós függvénytan III.

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Geometriai mértékelmélet. Hausdorff-mérték és a Hausdorff-dimenzió.  
Vitali és Besicovitch lefedési tételei.  
Önhasonló halmazok és dimenziójuk.

**MAT/144** Valós függvénytan IV.

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Integrálok és mértékek differenciálása. A maximális operátor.  
Approximative folytonos függvények. Deriváltak és Zahorski-osztályok.  
Ajánlott irodalom:} Laczkovich Miklós: Valós függvénytan,  
ELTE 1995. P. Mattila: Geometry of Sets and Measures in  
Euclidean Spaces, Cambridge University Press 1999.

**MAT/145** Valós függvénytan kutatászeminárium

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
A valós függvénytan kutatászemináriumon a szeminárium résztvevői, szervezői  
valamint meghívott előadók tartanak előadásokat a valós függvénytan területén elért  
eredményeiről valamint a felmerült megoldásra váró problémákról. A  
szeminárium egyik fő célja, hogy a doktoranduszok és az érdeklődő felsőbbéves  
hallgatók betekintést kapjanak az ELTE-n vagy akár máshol folyó valós  
függvénytan kutatásokba és hogy lehetőségük legyen ezekbe bekapcsolódni,  
valamint friss eredményeiket elmondani. Irodalom: Laczkovich Miklós: Valós  
függvénytan, ELTE TTK egyetemi jegyzet, 1993.

**MAT/146** Komb. Strukt kalsszif szeminárium

[Kéri Gerzson – KEGNABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/147** Kombinatorikia struktúrák klasszifikációja (MXXN9C40)

[Kéri Gerzson – KEGNABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Elsősorban meghatározott értelemben optimális kombinatorikai objektumok (mint  
optimális hibajavító kódok, fedő kódok, design-ok) klasszifikációjával foglalkozunk.  
A klasszifikációt az különbözteti meg a sima leszámllálástól,  
hogy ugyanazon feltételekhez és paraméter-értékekhez tartozó több objektum  
létezése esetén ezek eltérésének leírását, struktúrájuk összehasonlítását is fontosnak  
tartjuk.  
Ajánlott irodalom:  
Cohen, Honkala, Litsyn and Lobstein, Covering Codes, Elsevier, Amsterdam, 1997.  
Kaski and Ostergard, Classification Algorithms for Codes and Designs, Springer,  
Berlin, 2006.

**MAT/148** Algoritmusos Geometria I.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Általános matematikai eszközök:  $E^d$ -beli politópok és tulajdonságaik, szimpliciális  
komplexusok, Euler-formulák, konvex rétegek. Speciális típusú egyszerű poligonok  
és tulajdonságaik. Lineáris programozási alapfeladat és a szimplexmódszer lényege.  
Döntési fákkal kapcsolatos tételek. A hatékonyság jellemzésére vonatkozó „mester  
tétel”. Sík- és térsöprés szemléletű algoritmustervezés. Gráfok tárolása duplán  
láncolt éllistával. A szakaszfa. A sík darabolása. Politópok reprezentációja.  
Konvex burok algoritmusok síkban és térben.

Térdarabolások:  $E^d$  darabolása hipersíkokkal, sík darabolása egyenesekkel, sík darabolása szakaszhalmazzal, síkdarabolás síkbarajzolható gráffal, térdarabolás háromszögekkel. Triangulációk.

Ajánlott irodalom:

- 1) J-D. Boissonnat, M. Yvinec: Algorithmic Geometry, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

#### **MAT/149** Algoritmikus Geometria II.

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Térdarabolások: A Voronoi-diagramok és a Delaunay-komplexus tulajdonságai a  $d$ -dimenziós térben. Síkbeli ponthalmaz és síkbeli szakaszhalmaz Voronoi-diagramja.

1-2-3-dimenziós metszetek: Kollineáris intervallumhalmaz metszete. Metszéspontok egysíkú szakaszhalmazban. Két egysíkú konvex poligon metszete. Egysíkú konvex poligonhalmaz metszete. Két konvex poliéder metszete. Félterek metszete.

Alkalmazások:  $d$ -dimenziós ponthalmaz maximális elemének keresése. Egyszerű síkpoligon átmérőjének keresése. Legközelebbi pár keresése síkbeli ponthalmazban. Minimális feszítőfa keresése síkbeli ponthalmazban. Útvonalkeresés síkbeli ponthalmazban. Síkbeli ponthalmaz legszűkebb befoglaló körének keresése. Síkbeli ponthalmaz legnagyobb üres körének megkeresése. A 2-dimenziós lineáris programozási alapfeladat optimális megoldása. A  $d$ -dimenziós lineáris programozási alapfeladat alkalmazása konvex burok meghatározására.

Ajánlott irodalom:

- 1) J-D. Boissonnat, M. Yvinec: Algorithmic Geometry, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.

#### **MAT/150** Egészértékű programozás

[Király Tamás – KITEAGT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapvető feladattípusok, modellezési technikák. Hilbert bázisok, unimodularitás, teljes duális egészértékűség. Általános heurisztikus algoritmusok: szimulált lehülés, tabu keresés. Heurisztikus algoritmusok az utazó ügynök feladatra, approximációs eredmények. A Held-Karp korlát, módszerek a kiszámolására. Gomory-Chvátal vágások. Vágások a vegyes programozási feladatra. Szuperadditív dualitás, csoportelméleti módszer. Leszámlálási algoritmusok.

Sperner rendszerek, egyenlőtlenségekkel definiált bináris ponthalmazok. Rácsok, bázis-redukció. Fix-dimenziós egészértékű programozási feladat megoldása polinom időben. Az ellipszoid módszer, szeparáció és optimalizálás ekvivalenciája. A Balas-féle Korlátozás és vágás módszere. Vágások az utazó ügynök feladatra. LP alapú közelítő algoritmusok.

Kötelező irodalom: Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

Király Tamás és Szegő László; Kiegészítés az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom: G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005.

#### **MAT/151** Adatstruktúrák

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapvető adatstruktúrák: tömbök, listák, láncolt listák, sorok, vermek. Gráfok, fák tárolása. Halmazok tárolása. Adatstruktúrák az unió--holvan feladathoz. Kereső-fák. Kiegyensúlyozott, félig kiegyensúlyozott

fák, Fibonacci-fák, Sleator--Tarjan fabillentés algoritmus. Kupacok: 2--3 fák, kupacok, elsőbbségi sorok, összefésülhető és összefűzhető kupacok. Amortizált költség. Fibonacci kupac, párosító kupacok. Adatstruktúrák gráfalgoritmusokban. Hash-elés. Adatkompresszió: Huffman kódolás, Lempel--Ziv algoritmus.

Irodalom:

Robert Endre Tarjan: Data Structures and Network Algorithms, 1983

**MAT/152** Alkalmazott diszkrét matematika szeminárium

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az alkalmazott diszkrét matematika különböző területeiről az aktuális eredmények, érdekes cikkek megtárgyalása, nagyrészt a hallgatók előadásában. Kiemelt témák: telekommunikációs hálózatok tervezése, hálózati kódok és alkalmazásaik. Irodalom: Aktuális FOCS, STOC, SODA konferencia-kötetek, ECCC.

**MAT/153** Bonyolultságelmélet

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

[Grolmusz Vince - GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Randomizált algoritmusok. Prímtesztelés. Univerzális bejáró sorozatok, térfogatszámítás. Döntési fák. Alsó becslések döntési fák mélységére. Nem-determinisztikus és randomizált döntési fák. Kommunikációs bonyolultság (determinisztikus és nondeterminisztikus). Randomizált kommunikációs bonyolultság. Interaktív és zero--knowledge bizonyítások. Kriptográfia. RSA--kód. Információs bonyolultság. Kolmogorov--bonyolultság, entrópia, kódolás. álvéletlen bitek generálása és tesztelése. Párhuzamos algoritmusok, összeadás és szorzás. Brent tétele. Mátrixszorzás alkalmazásai. Determináns számítása. A párhuzamos számítások különböző modelljei. Rendezés. Randomizált párhuzamos algoritmusok. Alsó becslések Boole-hálózatokon

irodalom:

irodalom

Lovász László: Algoritmusok bonyolultsága, jegyzet, 1992

Hopcroft-Ullman: Introduction to Automata Theory, Languages, and Computation, 1979

Cormen-Leiserson-Rivest: Algoritmusok, 1997

Aho-Hopcroft-Ullman: Számítógépalgoritmusok tervezése és analízise, 1982

D. E. Knuth: A számítógép-programozás művészete, III. kötet, 1988

Ivanyos-Rónyai-Szabó: Algoritmusok, 1998

Papadimitriou: Computational Complexity, 1994

**MAT/154** Számítástudomány szeminárium

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A bonyolultságelmélet (theoretical computer science) különböző területeiről az aktuális eredmények, érdekes cikkek megtárgyalása, nagyrészt a hallgatók előadásában. Kiemelt témák: kommunikáció bonyolultsága, randomizált algoritmusok, derandomizálás. Irodalom: Aktuális FOCS, STOC konferencia-kötetek, ECCC.

**MAT/155** Véges geometria

[Kiss György – KIGKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Véges síkok létezésének problémája. Bruck–Ryser-tétel. Projektív síkok Hall-féle koordinátázása. Konfigurációs tételek (Desargues, Papposz) és a koordinátastruktúra kapcsolata. Baer-tétel. Projektív síkok kollineációcsoportja.  
Ívek, oválisok. Segre-tétel a páratlan rendű desarguesi síkok oválisairól.  
Magasabb dimenziós projektív terek. Polarítások. Kvádrák, Hermite-görbék, általánosított négyszögek. Plücker-koordináták, lineáris komplexusok.  
A véges geometria néhány kombinatorikai és kriptográfiai alkalmazása.

Ajánlott irodalom:

1) Kiss György, Szőnyi Tamás: Véges geometria, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

**MAT/156** Véges geometriai szeminárium

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

[Kiss György – KIGKABT.ELTE](#)

[Sziklai Péter – SZPKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A szeminárium a véges geometria új eredményeit dolgozza fel.

**MAT/157** Fejezetek a halmazelméletből

[Komjáth Péter – KOPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kombinatorikus halmazelmélet. Végtelen gráfok. Stacionárius halmazok.  
Ramsey-tétel és partíció kalkulus.  
Elérhetetlen, Mahlo, gyengén kompakt, mérhető, superkompakt számosságok.  
A szinguláris számosság probléma.  
Axiomatikus halmazelmélet.  
Forszolás, Cohen valóságok. \diamondsuit, Szuszlin-fa forszolása. Lévy omlasztás, Kurepa-fák.  
Iterált forszolás. Martin axióma. Prikry forszolás.  
Konzisztens hogy  $\kappa$  mérhető és  $2^\kappa > \kappa^{<+}$ .  
L, tulajdonságok. L \models ÁKH, \diamondsuit.  
 $O^\sharp$ , Kunen tétele, lefedési lemma.  $L[U]$ , iterált ultrahatvány.

Irodalom:

Hajnal András--Hamburger Péter: Halmazelmélet, Tankönyvkiadó, 1994.

K.Kunen: Set Theory:

An Introduction to Independence Proof, North-Holland.

A.~Kanamori: The higher infinite, Springer, 1994.

Handbook of Set Theory, (eds. M.~Foreman, A.~Kanamori, M.~Magidor), Springer, 1999.

**MAT/158** Halmazelmélet 2.

[Komjáth Péter – KOPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Konstruálhatóság. Szorzatforzolás. Iterált forszolás. Lévy-suvasztás. Kurepa-fa. A Martin-axióma konzisztenciája. Prikry-forzolás. Superkompakt számosságok.  
Erősen kompakt számosságok. Laver-káró. Extenderek. Erős, supererős és Woodin-számosságok. A szinguláris számosság probléma. Szaturált ideálok. Óriási és majdnem óriási számosságok. Chang-sejtés. Pcf-elmélet. Shelah tétele.

Ajánlott irodalom: Hajnal A., Hamburger P.: Halmazelmélet.

K. Kunen: Set Theory.

A. Kanamori: The Higher Infinite.

T. Jech: Set Theory.

**MAT/159** Halmazelmélet 4.

[Komjáth Péter – KOPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető  
Hiányzó leírás.

**MAT/160 Biztosítástan**

*Korándi Márta – KOMLAGT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

A biztosítás fogalma. Biztosítási intézmények. Biztosítási típusok. A biztosítási szerződés elemei. A biztosítási viszony fázisai. A biztosítási intézmények felépítése és működése.

Üzletszerzés, jutalékok. Koekázatomegosztás. Költségek. A biztosítástechnikai nyereség és annak felosztása. Üzleti kimutatások. Tartalékok, szolvencia.

Termékfejlesztés. A biztosítás felügyelete.

Biztosítói ágazatspecifikus információs igények. A biztosító intézetek információs rendszerei.

A biztosítás közgazdasági értelmezése.

Ajánlott irodalom:-

Asztalos László: Biztosítási alapismeretek. jegyzet. ÁBIF, Budapest, 1995.

**MAT/161 Matematika problémamegoldó szeminárium**

*Kós Géza – KOGKABI.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételtető

Hiányzó leírás.

**MAT/162 Makrogazdaságtan**

*Fullér Róbert – FURKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételtető

A makroökonómia tárgya, alapfogalmai. Nemzeti össztermék, aggregált javak, aggregált kereslet és kínálat. Fogyasztás, beruházás, megtakarítás, kormányzati költség. Nominál és reál mennyiségek. A gazdaság szereplői: vállalatok, háztartások, kormányzat. Nyitott gazdaság, az export és import szerepe. A gazdaság alapvető piacai: munkapiac, javak piaca, pénzpiac, értékpapírpiac. Foglalkoztatás. Árak és infláció. Költségvetési és monetáris politika.

A makroökonómia elemzési módszerei, modelljei.

**MAT/163 Életbiztosítás**

*Kováts Antal – KOAKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Halandósági táblák. A díjkalkuláció alapelvei. A legfontosabb életbiztosítási módozatok: halálozási, elérési, vegyes és járadék biztosítások. Nettó és bruttó díjak számítása, évi és havi fizetéssel. A díjtartalék számítása (prospektív és retrospektív díjtartalék; nettó, bruttó és Zilmer-tartalék; rekurziós formulák). Visszavásárlás, díjmentesítés. Kétszemélyes életbiztosítások. Baleseti és rokkantsági kiegészítő biztosítások.

Ajánlott irodalom:

Banyár J. – Popper K.: Az életbiztosítás. Aula, 2003.

Krekó Béla: Életbiztosítás I., Aula, 1994.

Szabó L. I.–Viharos L.: Az életbiztosítás alapjai. Polygon, Szeged, 2001.

**MAT/164 Absztrakt integrálmélet**

*Kristóf János - KRJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Hiányzó leírás.

**MAT/165 A téridő struktúrája**

*Kristóf János - KRJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Hiányzó leírás.



**MAT/166** Banach-algebrák

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

C\*-algebrák ábrázolásai., pozitív funkcionálok és a GNS-konstrukció, B\*-algebrák ábrázolásai, absztrakt Gelfand-Rajkov tétel, második Gelfand-Najmark tétel, ábrázolások Hilbert-integrálja, spektráltételek C\*-algebrákra és mérhető függvényszámítás.

Topologikus csoportok alaptulajdonságai, folytonos topologikus és unitér ábrázolások, Radon-mértékek lokálisan kompakt tereken, baloldali Haar-mérték egzisztenciája és unicitása, moduláris függvény, reguláris ábrázolások, lokálisan kompakt csoport mértékalgebrája, a harmonikus analízis alaptétele, Gelfand–Rajkov tétel, kompakt csoportok folytonos unitér ábrázolásai (Peter-Weyl tételek), kommutatív lokálisan kompakt csoportok folytonos unitér ábrázolásai (Stone-tételek), Radon-mértékek faktorizációja, indukált unitér ábrázolások és Mackey tételei.

Kötelező irodalom: Kristóf János Analízis IV. <http://cs.elte.hu/~krja>

**MAT/167** C\*-algebrák

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/168** Felületi mértékek

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/169** Geometriai funkcionálanalízis

oktató: [Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

*Gruber Tibor - GRTMAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Konvex halmaz extrémális pontjai; Krein-Milman tétel; Carathéodory-Minkowski tétel; pozitív Radon-mérték által generált felső integrál és Carathéodory-féle külső mérték; Fatou-tétel; szubtraktivitás-formulák; külső regularitás és moderáns halmazok; mérhető halmazok; mérhető moderáns halmazok belső regularitása; mértékelméleti Reisz-féle reprezentációs tétel; Radon-mérték koncentrálttsága; kompakt konvex halmaz feletti valószínűségi Radon-mérték baricentruma; az extrémális pontok halmazán topologikusan koncentrált valószínűségi radon-mérték létezése; Choquet-tétel metrizálható kompakt konvex halmazokra; Mokobodzki-lemmák; a baricentrum „belső” jellemzése; Bauer-féle maximum-minimum elv; Choquet-féle rendezés és maximális mértékek létezése; Choquet-tétel kompakt konvex halmazokra (a nem metrizálható eset)

**MAT/170** Harmonikus analízis I.

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/171** Harmonikus analízis II.

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/172** Modellezés alapjai

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/173** Topologikus vektorterek II.

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/174** Valós függvénytan I.

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Topológiai alapok. Lengyel terek. A kategória-tétel. A monotonitási tétel és következményei. Folytonos függvények tipikus tulajdonságai. A Banach-tétel és következményei. A Banach-Mazur játék és alkalmazásai.

Ajánlott irodalom: Laczkovich Miklós: Valós függvénytan, ELTE 1995. J. C. Oxtoby: Measure and Category, Springer 1980.

**MAT/175** Valós függvénytan II.

[Keleti Tamás - KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A leíró halmazelmélet elemei.

Borel halmazok. A Baire-féle függvényosztályok. Analitikus és koanalitikus halmazok. Alkalmazások.

Ajánlott irodalom: Laczkovich Miklós: Valós függvénytan, ELTE 1995. A. S. Kechris: Classical Descriptive Set Theory, Springer 1995.

**MAT/176** Sorbanállás, készletgazdálkodás

~~[Lakatos László - LALKAAT.ELTE](#)~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~Hiányzó leírás.~~

**MAT/177** Általános differenciálgeometriai struktúrák

[Lakos Gyula - LAGEAFT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az előadás témáját az előadó határozza meg. Két lehetséges tematika:

Szimplektikus sokaságok. Lagrange-féle részsokaságok. Darboux tétele. Poisson-sokaságok és ezek felbontása szimplektikus levelekre. Szimplektikus struktúra a koadjungált reprezentáció orbitjain. Homogén szimplektikus sokaságok osztályozása. Szimplektikus sokaságok geometriai kvantálása, az orbitmódszer.

Ajánlott irodalom:

- 3) V. I. Arnold: A mechanika matematikai módszerei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985.
- 4) V. Guillemin, S. Sternberg: Symplectic Techniques in Physics, Cambridge University Press 1996.

Hiperbolikus sokaságok. A Mostow-féle merevségi tétel, Kazhdan és Margulis lemmája. A hiperbolikus geometria szerepe a 3-dimenziós sokaságelméletben. A Thurston-Jorgensen-elmélet elemei.

**MAT/178** Differenciálformák

[Lakos Gyula - LAGEAFT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

De Rham-kohomológia. Poincaré-lemma. Mayer-Vietoris-sorozat. Künneth-formula. Poincaré-dualitás. Thom-izomorfizmus. Kévék és előkévék. Axiomatikus kévékohomológia. A klasszikus kohomógiáelméletek. A de Rham-tétel. Karakterisztikus osztályok (Chern- és Pontrjagin-osztályok, Euler-osztály) bevezetése differenciálformákkal, alkalmazások.

A térfogati forma és a Hodge-operátor Riemann-tereken. A Laplace–Beltrami-operátor. Harmonikus formák, Hodge tétele. Elliptikus operátorok.

- 1) R. Bott, L.W. Tu: Differential Forms in Algebraic Topology, Graduate Texts in Mathematics 82. Springer, New York, 1982.
- 2) F. Warner: Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups, Graduate Texts in Mathematics 94, Springer, 1983.

**MAT/179** Bonyolultságelmélet II.

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Véletlenített bonyolultságosztályok. Pszeudovéletlen generátorok. Interaktív protokollok. Shamir tétele:  $IP=PSPACE$ . Nehéz problémák közelíthetőség és közelíthetetlensége, a PCP tétel. Alsó becslések Boole-hálózatokon. Párhuzamos algoritmusok aritmetikai problémákra, rendezésre, gráfproblémákra és lineáris algebrai feladatokra. Párhuzamos algoritmusok kisfokú hálózatokon. Kolmogorov bonyolultság.

**MAT/180** Gráf-homomorfizmusok I.

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Gráfok homomorfizmusai, algebrai tulajdonságaik. Homomorfizmus-függvények jellemzése. Nagy gráfok elmélete, konvergens gráfsorozatok, grafonok mint gráf-limeszek. Regularitási lemmák. Ezek alkalmazásai a gráftulajdonság-tesztelés és az extrémális gráfelmélet területén.

**MAT/181** Gráf-homomorfizmusok II.

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/182** Gráfok geometriai reprezentációja

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/183** Topológiai és egyéb módszerek a gráfelméletben

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az algebrai topológia és nemlineáris algebra módszereinek alkalmazásai a gráfelmélet területén. Szimpliciális komplexusok, topológikus összefüggőség. Összefüggő részekre bontás, Kneser gráfok és hipergráfok. Algebrai és bináris döntési fák méretének topológiai becslése. Kombinatorikus Nullstellensatz és alkalmazásai.

**MAT/184** Vál. fej. a gráfelméletből szemin.

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott fejezetek a gráfelméletből. Néhány téma: sajátértékek, automorfizmusok, gráf-polinomok (pl. Tutte polinom), topológiai problémák.

Ajánlott irodalom:

Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex

**MAT/185** Véletlen struktúrák és alkalmazások

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/186** Adatbányászat

[Lukács András – LUALAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Gyakori mintázat keresés. Asszociációs szabályok. Szintenként haladó algoritmusok, Apriori. Partíciós és Toivonen algoritmus. Mintanövelő algoritmusok, FP-growth. Hierarchikus asszociációs szabályok. Kényszerek kezelése. Korrelációkeresés. Dimenziócsökkentési eljárások. Spektrál módszerek, közelítés kis rangú mátrixszal. Szinguláris felbontás. Fingerprintek, lenyomat alapú hasonlóságkeresés. Klasszifikáció. Döntési fák, neurális hálók, k-NN, Bayes-módszerek. Kernel-módszer, SVM. Klaszterezés. Particionáló algoritmusok, k-közép. Hierarchikus algoritmusok. Sűrűség és link alapú módszerek, DBSCAN, OPTICS. Spektráلكlaszterezés. Alkalmazások és implementációs kérdések. Adatbányászati rendszerarchitektúrák. Adatszerkezetek.

Ajánlott irodalom:

Bodon Ferenc adatbányászati jegyzete,

<http://www.cs.bme.hu/~bodon/magyar/adatbanyaszat/>

Jiawei Han és Micheline Kamber: Data Mining: Concepts and Techniques, Morgan Kaufmann Publishers, 2000, ISBN 1558604898, magyarul „Adatbányászat, Konceptiók és technikák”, Pannem 2004, ISBN 9635453949.

Dr. Abonyi János (szerk.): Adatbányászat - a hatékonyság eszköze, Computerbooks Kiadó, 2006.

Pang-Ning Tan, Michael Steinbach, Vipin Kumar: Introduction to Data Mining, Addison-Wesley, 2006, ISBN 0321321367.

T. Hastie, R. Tibshirani, J. H. Friedman: The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction, Springer-Verlag, 2001.

**MAT/187** Lie-csoportok reprezentációi

[Magyar Zoltán – MAZOAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/188** Lie-csoportok, algebrai csoportok

[Magyar Zoltán – MAZOAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/189** Idősorok elemzése I.

[Márkus László – MALKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Idősorok összefüggési struktúráinak klasszikus (autokovariancia, autokorreláció és parciális autokorreláció), és újabban előtérbe került jellemzése (dinamikus kopulák, Kendall tau). Unitér operátorok és a stacionárius folyamat spektrálfelállításának kapcsolata. Fáziskapcsoltság. Az integrált autoregressziós mozgóátlag ARIMA(p,d,q) folyamatok tulajdonságainak áttekintése. Sztochasztikus rekurziós egyenletek stacionárius megoldásának létezése Ljapunov exponenssel. Kesten-Vervaat-Goldie tétel reguláris változású eloszlással bíró stacionárius eloszlás létezéséről. Az ARCH(1) egyenlet stacionárius megoldása létezésének feltétele. GARCH folyamatokra vonatkozó eredmények. Bilineáris folyamatokra reguláris eloszlású megoldás létezésének feltétele. Véletlen együtthatós AR, és a SETAR modellek. A várható érték becslése a spektrálmérték tulajdonságai függvényében. Az autokorreláció függvény becslésének torzítása, szórása, konzisztenciája és határeloszlása – különös tekintettel a nem-normális határeloszlásra. A periodogram a diszkrét spektrum becslésére, tulajdonságai. A spektrálsűrűségfüggvény becslése ablakolással, ennek torzítása, szórása és konzisztenciája. Az ablak feladatra szabása – sávzélesség. Az előfehérítés módszere, CAT kritérium.

Ajánlott irodalom:

Michelberger-Szeidl-Várlaki: *Alkalmazott folyamatstatisztika és idősor analízis*, Typotex, 2001.

Priestley, M.B.: *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press 1981

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Time Series: Theory and Methods*. Springer, N.Y. 1987

Tong, H. : *Non-linear time series: a dynamical systems approach*, Oxford University Press, 1991.

Hamilton, J. D.: *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1994

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Introduction to time series and forecasting*, Springer. 1996.

Pena, D., Tiao and Tsay, R.: *A Course in Time Series Analysis*, Wiley 2001.

#### **MAT/190** Idősorok elemzése 2.

[Márkus László – MALKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Idősorok korrelálatlansági, független értékűségi, tesztjei: Box-Pierce és Ljung-Box fordulópont stb. próbák és általánosításai. Egységgyök-próbák: Dickey-Fuller teszt és általánosításai, KPSS-teszt, stb. A modellek paraméterbecslései. AR folyamatra Yule-Walker becsléssel és Burg-algoritmussal. MA folyamatra a Box-Jenkins módszer, ARMA folyamatra Durbin-Levinson és Hannan-Rissanen algoritmusok. GARCH folyamatra kvázi maximum-likelihood becslés, ennek aszimptotikus torzítatlansága, konzisztenciája és aszimptotikus normalitása. Rendszelekción az Akaike-, a Bayes- és a Hannan-Quinn információk kritériumokkal. Hosszú távú összefüggőség avagy hosszú emlékezet: 3 definíció ekvivalenciája. A frakcionálisan integrált folyamatok és önazonos folyamatok, kapcsolatuk a hosszú emlékezettel. Donsker tétel – invariancia elv – Lamperti tétel hármassal. Frakcionális Brown-mozgás, frakcionális fehér zaj, és a FARIMA folyamatok. Hosszú emlékezetű folyamatok funkcionáljaira valamint spektrumára vonatkozó határeloszlás-tételek. A Hurst együttható becslésére adjusted range (R/S) statisztikák (klasszikus, Taqqu-féle grafikus, Lo féle módosított R/S) és tulajdonságaik. Becslés a V/S és a KPSS statisztikákkal, majd az aggregált variancia módszerével. Spektrum alapú becslések: Geweke – Porter-Hudak, és Lobato – Robinson. A frakcionális differenciálás rendjének parametrikus becslései közül a Whittle és a lokális Whittle becslés. A rezsimváltó folyamatok definiálása után megmutatjuk, hogy ezek képesek hosszú emlékezetet mimikálni a detektáló statisztikákban. A rezsimváltó ill. általánosabban a rejtett állapotú folyamatok egyik lehetséges, Bayes-elven nyugvó identifikációs eljárásaként vezetjük be a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) becsléseket, szót ejtve ezek diagnosztikájáról is.

Idősorok maximumai. A maximumok klasztereződése, és az extrémális index.

Ajánlott irodalom:

Michelberger-Szeidl-Várlaki: *Alkalmazott folyamatstatisztika és idősor analízis*, Typotex, 2001.

Priestley, M.B.: *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press 1981

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Time Series: Theory and Methods*. Springer, N.Y. 1987

Tong, H. : *Non-linear time series: a dynamical systems approach*, Oxford University Press, 1991.

Beran, J.: *Statistics for Long-Memory Processes*. Chapman and Hall, New York. 1994

Hamilton, J. D.: *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1994

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Introduction to time series and forecasting*, Springer. 1996.

Pena, D., Tiao and Tsay, R.: *A Course in Time Series Analysis*, Wiley 2001.

## **MAT/191** Pénzügyi folyamatok elemzése 1.

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

[Márkus László – MALKABT.ELTE](#)

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Diszkrét idejű kereskedés: egy kötvény – egy részvény piac. Önfinanszírozó stratégiák. Hedge. Származtatott követelés, opció. Arbitrázs. Bináris piac. Ekvivalens martingál mérték. Teljesség és martingál reprezentáció bináris piacra. Európai opció árazása. Cox-Ross-Rubinstein (CRR) formula. Snell burkoló, optimális megállítások. Amerikai opciók árazása. Eszközárzás: I. alaptétel: Arbitrázs-mentesség és a martingál mérték léte-zése. II. alaptétel: Piaci teljesség és a martingál mérték egyértelműsége. Opciók vevő és eladó szerinti ára nem teljes piacon. Tranzakciós költségek. Black-Scholes (B-SCH) formula mint a CRR határéréke.

Wiener folyamat szerinti sztochasztikus integrál mint martingál ill. lokális martingál. Itó formula. Sztoch. diffegyenletek, példák. Martingálok integrálreprezentációja. Részvények és kötvények folytonos időben. Önfinanszírozó stratégiák. Ekvivalens martingál mértékek. Európai opciók ára. B-SCH formula és diffegyenlet. Sztoch. volatilitásmodellek (Heston). Implied volatility, smile.

Itó diffúziók. Doob-Meyer felbontás. Folytonos Markov folyamatok, átmenetvalószínűség, infinitézimális operátor. Dynkin-Kinney feltétel és lokalitás. Feynman-Kac (F-K) formula. A B-SCH diffegyenlet a F-K formulából. Optimális szintelérési megállítási, amerikai opciók árazása. Snell burkoló és az Am. opciók. Lévy folyamatok (LF). Összetett Poisson folyamat. Lévy mérték, ugrásmérték. Lévy-Itó és Lévy-Hincsin reprezentációk. Ugró diffúzió. Korlátos változású LF, szubordinátor. Markov LF, infinitézimális generátor. Martingál LF. Eszközármodellek exponenciális LF-okkal Merton-, Kou-, Bates-modell. Végtelen aktivitású modellek. Itó és F-K formula LF-ra. Opció értéke és parciális integro-diffegyenletek.

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

M. Musiela, M. Rutkowski: Martingale methods in financial modelling, 1997, 2nd ed. Springer 2005.

Rama Cont, Peter Tankov: Financial Modelling with Jump Processes Chapman & Hall / CRC Press, 2003, 2nd ed. 2008.

## **MAT/192** Pénzügyi folyamatok elemzése 2.

[Márkus László – MALKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Részvények és kötvények folytonos időben. Wiener folyamat szerinti sztochasztikus integrál mint martingál ill. lokális martingál. Martingál reprezentáció. Itó formula. Itó diffúziók. Markov tulajdonság, átmenetvalószínűség infinitézimális operátor. Dynkin-Kinney feltétel és lokalitás. Feynman-Kac formula. Bessel folyamat. Doob-Meyer felbontás. Önfinanszírozó stratégiák. Ekvivalens martingál mértékek. Opciók valós ára. Black-Scholes formula.

Európai opciók árazása és a Black-Scholes parciális differenciálegyenlet, mint a Feynman-Kac formula speciális esete.

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

## **MAT/193** A modellezés alapjai

[Matolcsi Tamás – MATKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Hiányzó leírás.

**MAT/194** A téridő struktúrája

[Matolcsi Tamás – MATKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/195** Függvényosztályok

~~[Mátrai Tamás – MATEABT.ELTE](#)~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~A Komplex függvénytan sáv ezen fejezetében kerül tárgyalásra a Laplace integrál elmélete és alkalmazásai. Vizsgáljuk továbbá a meromorf függvények értékelését, valamint megismerkedünk a Hardy-osztályokkal és a hozzájuk kapcsolódó egyéb  $p$ -integrálható függvényosztályokkal.~~

~~Irodalom:~~

~~G. Halász: Függvényosztályok, egyetemi jegyzet.~~

~~W. K. Hayman: Meromorphic Functions, Clarendon Press, 1964.~~

**MAT/196** Leíró halmazelmélet, effektív módszerek klasszifikációs problémák

~~[Mátrai Tamás – MATEABT.ELTE](#)~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető~~

~~Speciálegelőadásunk keretében foglalkozunk Borel ekvivalencia relációk és kompakt halmazok szigma-ideáljainak leíró halmazelméleti bonyolultságával, megismerkedünk a Hurewicz teszteléssel, valamint számos alkalmazását mutatjuk ezen elméleteknek. Az érintett témakörök között az teremt kapcsolatot, hogy mindegyikben jól alkalmazható az úgynevezett effektív leíró halmazelmélet, melynek alapjaival szintén megismerkednek a hallgatók.~~

~~Irodalom:~~

~~Y. N. Moschovakis: Descriptive set theory, Vol. 100 of Studies in Logic and the Foundations of Mathematics. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1980.~~

**MAT/197** Független változók határeloszlás-tételei

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Korlátlanul osztható eloszlás és karakterisztikus függvény. Poisson folyamat, összetett Poisson folyamat. Poisson pontfolyamat általános karakterisztikus mérték mellett. Pontfolyamat szerinti integrál. Lévy–Hincsin formula. Nem negatív és véges szórású korlátlanul osztható eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlások generálása, farokvalószínűség nagyságrendje. Szériasorozatok határeloszlásai.

Ajánlott irodalom:

Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory: Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.

W. Feller: An Introduction to Probability Theory and its Applications, vol. 2. Wiley, New York, 1966.

**MAT/198** Stacionárius folyamatok paramétereinek becslése

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Stacionárius folyamatok várható értékének és kovarianciafüggvényének becslése.

A spektrum becslése. Periodogram. Diszkrét spektrum. Folytonos spektrum. A spektrum konzisztens becslése, simítás, ablakfüggvények használata. Kevert spektrumú folyamatok.

Hipotézisvizsgálat.

### **MAT/199** Kockázati folyamatok

oktató: [Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

oktató: [Prokaj Vilmos - PRVKAAT.ELTE](#)

adminisztrátor: [Csiszár Villő - CSVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kárfolyamat, teljes kárfolyamat. Speciális esetek: összetett Poisson-folyamat, Markov-folyamat, felújítási folyamat. A kárfolyamat eloszlásának közelítő meghatározása.

Tönkreemenés-elmélet. A tönkreemenés valószínűsége összetett Poisson-folyamat esetén (véges, illetve végtelen időhorizontra). Lundberg-tétel (Cramer-Lundberg-féle közelítés), autoregressziós folyamat esetén (C-L-közelítés stabil autoregressziós polinom esetén), általános független növekményű folyamatok esetén. A tönkreemenés valószínűsége felújítási folyamatok esetén.

Ajánlott irodalom:

Michaletzky György: Kockázati folyamatok. ELTE Eötvös Kiadó, egyetemi jegyzet, 2001

P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch: Modelling extremal events. Springer, 1999.

H. U. Gerber: An introduction of mathematical risk theory. S.S.Heubner Found. Philadelphia, 1979.

H. H. Panjer, G. E. Willmot: Insurance Risk Models. Society of Actuaries, 1992.

### **MAT/200** Markov-láncok

oktató: [Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

adminisztrátor: [Csiszár Villő - CSVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Sztochasztikus folyamatok: Markov-tulajdonság, erős Markov-tulajdonság, homogenitás. Diszkrét paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, az állapotok osztályozása. Periódus, visszatérőség. Az átmenetvalószínűségek konvergenciája. Stacionárius eloszlás. Nagy számok törvénye és centrális határeloszlás-tétel irreducibilis, pozitív rekurrens Markov-lánc funkcionáljára. Átmenetvalószínűségek tabu állapotokkal. Reguláris mérték, Doeblin hányados tétele. Megfordított Markov-lánc. Elnyelődési valószínűségek. Perron-Frobenius tételek.

Ajánlott irodalom:

Karlin – Taylor: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985.

Chung: Markov Chains With Stationary Transition Probabilities. Springer, 1967.

Isaacson – Madsen: Markov Chains: Theory and Applications. Wiley, 1976.

### **MAT/201** Rendszerelmélet I.–

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Rendszerelméleti alapfogalmak. Stabilitás, irányíthatóság, megfigyelhetőség. Az ún. z-transzformált.–

Lineáris rendszerek.–

Kanonikus alakok. Minimálpolinom, invariáns polinomok. Visszaesatolás, pólusáthelyezés.–

Stabilizálás megfigyelővel, dinamikus kompenzálással.–

Zaj-leválasztása.–

### **MAT/202** Rendszerelmélet II.–

[Michaletzky György - MIGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Minimális realizáció. Transzformálás minimális alakra.–

Lineáris rendszerek külső és belső leírása, ezek kapcsolata. Hankel mátrixok, a Ho-Kalman algoritmus.–

Racionális realizáció. Az állapotér mátrix törtfüggvényes előállítás.–



Pareális realizáció. Lánetörtek.

**MAT/203** Rendszerelmélet III. –

Michaletzky György *MIGKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Optimális irányítás: Kvadratikus veszteségfüggvény, állapotvisszaesatolás. Riccati-egyenlet, Ljapunov-egyenlet.

Sztochasztikus rendszerek elmélete.

Irányítás és szűrés. Dualitás.

A-szeparációs elv.

Sztochasztikus realizációelmélet. Faurre-algoritmus.

Kalman-szűrő.

Előrehaladó és hátráló realizációk.

Az állapotér mint felbontó altér. Feltételes ortogonalitás.

**MAT/204** Rendszerelmélet IV. –

Michaletzky György *MIGKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Sztochasztikus rendszerek paraméterbeeslése. AR folyamatra Yule-Walker beeslés és Burg-algoritmus. MA folyamatra a Box-Jenkins módszer, ARMA folyamatra Durbin-Levinson és Hannan-Rissanen algoritmusok. Rendszelekeió az Akaike a Bayes és a Hannan-Quinn információs kritériumokkal.

**MAT/205** Többváltozós statisztikai eljárások

Michaletzky György *MIGKAAT.ELTE*

Arató Miklós – *ARMKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kontingenciatáblák elemzése. A loglineáris modell. A minimális diszkrimináló információ módszere. Többdimenziós skalázás. A normalitás feltételének elvetése, nemparaméteres és robusztus többdimenziós módszerek.

Ajánlott irodalom:

K.V. Mardia, J.T. Kent and J.M. Bibby: Multivariate Analysis, Academic Press, 1979

Móri T. – Székely G. (szerk.): Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

**MAT/206** Tömegkiszolgálási rendszerek

Michaletzky György – *MIGKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A tömegkiszolgálási rendszerek elméletének alapjai. Little-formula.

Tömegkiszolgálási modellek: Lindley-tétel, Kiefer-Wolfowitz tétel, Wiener-Hopf egyenlet általános modellekre. A beérkezési folyamat jellemzése. Grigelionis-tétel. Felújítási folyamatok, Blackwell-tétel. Speciális egykiszolgálós modellek stacionér megoldása. Extremális érték és nagy eltérés problémák tömegkiszolgáló rendszerekben. Többkiszolgálós rendszerek approximációja. Markov-modellek, beágyazott Markov-folyamatok. Pollaczek-Hincsin formula. Wiener-Hopf faktorizáció.

Ajánlott irodalom:

L. Kleinrock: Sorbanállás-kiszolgálás. Bevezetés a tömegkiszolgálási rendszerek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

**MAT/207** Véletlen mátrixok sajátértékeinek eloszlása

Michaletzky György *MIGKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Független elemű szimmetrikus mátrixok sajátértékeinek határeloszlása (Wigner-tétel).

Határeloszlás alacsony rendű momentumok végeessége esetén (Arnold-tétel).

A várható érték konvergenciája, sztochasztikus konvergencia, 1 valószínűségű konvergencia.

Kovariancia típusú mátrixok sajátértékeinek aszimptotikus eloszlása (Maresenko-Pasztur tétel, Bai-Lin tétel).

Lindeberg típusú szükséges és elégséges feltétel független elemű szimmetrikus mátrixok határeloszlására (Girko-tétel). Stieltjes-transzformált, folytonossági tétel.

A várható érték konvergenciájának és az 1 valószínűségű konvergenciának az ekvivalenciája.

Ajánlott irodalom:

V. L. Girko: Szlucsajnűje matriciü. Vüsesa Skola, Kijev, 1975

V. L. Girko: Szpektralnaja tyeorija szlucsajnüh matricie. Nauka, Moszkva, 1988

Marehenko, V.A., Pastur L.A.: Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices. Math. USSR, Sb. 1, 457-483 (1967)

Wigner, E.: On the distribution of the roots of certain symmetric matrices. Ann. of Math. 67, 325-327 (1958)

#### **MAT/208** A matematikai statisztika alapjai 1.

[Móri Tamás – MOTKAAT.ELTE](#)

9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A sűrűségfüggvény becslése. Simított tapasztalati eloszlás, Parzen-Rosenblatt féle tapasztalati sűrűségfüggvény, hisztogram.

Elégségesség, minimális elégségesség, teljesség, korlátosan teljesség.

Exponenciális eloszláscsalád statisztikai vizsgálata

Másodlagos mintavétel, jackknife, bootstrap.

A Jeffrey-féle nem-informatív a priori eloszlás. Általánosított (formális) Bayes-becslések.

Ekvivariáns becslések, Pitman-becslés.

L-becslések, korrelált hibájú lineáris modell. Az eltolásparaméter aszimptotikusan optimális L-becslése.

M-becslések, robusztusság. M-becslések aszimptotikus viselkedése. A Huber-féle M-becslés aszimptotikus minimax-tulajdonsága. Kapcsolat az M- és az L-becslések között.

Véges sokaságból való mintavétel. Állandó együtthatós lineáris becslések megengedhetősége.

Ajánlott irodalom:

E. L. Lehmann: Theory of point estimation. Wiley, New York, 1983.

#### **MAT/209** A matematikai statisztika alapjai 2.

[Móri Tamás – MOTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Egyoldali ellenhipotézis monoton likelihood-hányadosú osztályban. Kétoldali ellenhipotézis exponenciális eloszláscsaládban. Hasonlóság, Neyman-struktúra.

Hipotézisvizsgálat zavaró paraméterek jelenlétében.

A klasszikus paraméteres próbák optimalitása. Aszimptotikus próbák. Általánosított likelihood-hányados próba, a khi-négyzet próbák levezetése.

A tapasztalati folyamat konvergenciája Brown-hídhöz. Gauss-folyamatok Karhunen-Loève sorfejtése. A klasszikus nemparaméteres próbák aszimptotikus elemzése.

Invariáns és Bayes-próbák.

A konfidenciahalmazok elméletének kapcsolata a hipotézisvizsgálattal.

Ajánlott irodalom:

E. L. Lehmann: Testing Statistical Hypotheses, 2nd Ed., Wiley, New York, 1986.

#### **MAT/210** Élettartam-adatok elemzése

[Móri Tamás – MOTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapfogalmak, meghibásodási idők, cenzorálás típusai, összműködési idő. Hazard-

függvény, meghibásodási tényező.  
Élettartam-eloszlások. Exponenciális minta elemzése  
Nemparaméteres maximum likelihood. Túlélésfüggvény becslése cenzorált mintából: a Kaplan–Meyer-féle szorzatbecslés. Greenwood-formula. Aktuárius becslés.  
Arányos hazard-modell. Teljes, feltételes, ill. parciális likelihood.  
Öregedő eloszlások osztályai: IFR, IFRA, NBU. Tartalmazási kapcsolatok. Az osztályok zártsága gyenge konvergenciára és konvolúcióra.  
Monoton és koherens rendszerek, a rendszer megbízhatósága. Az IFRA és NBU osztály zártsága. Az IFR osztály lezárása.  
Vízjáróló-modell. Öregedő tulajdonságok megőrződése sokk-modellekben.  
IFRA eloszlásfüggvény ML becslése, inkonzisztencia. IFR eloszlásfüggvény ML becslése, legnagyobb konvex minoráns. Konzisztencia.  
A bioassay-probléma.  
Az EM algoritmus.

Ajánlott irodalom:

Móri Tamás: Élettartam-adatok elemzése (elektronikus jegyzet). Elérhető online: <http://www.math.elte.hu/~mori/elettartam.pdf>

D. R. Cox–D. Oakes: Analysis of Survival Data. Chapman and Hall, London, 1984.

R. E. Barlow–F. Proschan: Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975.

#### **MAT/211** Martingálelmélet

[Móri Tamás – MOTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Martingálok 1 valószínűségű és  $L_p$ -beli konvergenciája, reguláris martingálok.

Reguláris megállási idők, Wald-azonosság.

Négyzetesen integrálható martingálok konvergenciahalmaza.

Hilbert-tér értékű martingálok.

Centrális határeloszlás-tétel martingálokra.

Fordított martingál,  $U$ -statisztikák, felcserélhetőség.

Alkalmazások: Martingálok a pénzügyi matematikában, a Conway-algoritmus, optimális stratégiák nyereséges játékokban, elágazó folyamat kétféle típusú egyedekkel.

Ajánlott irodalom:

Móri T.: Diszkrét paraméterű martingálok és alkalmazásai (elektronikus jegyzet).

Elérhető online <http://www.math.elte.hu/~mori/erdekes.html>

Y. S. Chow – H. Teicher: Probability Theory – Independence, Interchangeability, Martingales. Springer, New York, 1978.

J. Neveu: Discrete-Parameter Martingales. North-Holland, Amsterdam, 1975.

#### **MAT/212** Algebrai topológia

[Moussong Gábor – MOGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

#### **MAT/213** Hálóelmélet

[Pálfi Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Partícióhálók, minden háló beágyazható egy partícióhálóba. Szabad hálók, Whitman feltétele, az elemek kanonikus alakja, szabad hálók atomjai, a szabad hálók féldisztributívak, a műveletek folytonosak. Létezik fixpontmentes monoton leképezés. Lezárási rendszerek. Teljes algebrai és geometriai hálók. Moduláris hálók. A három elemmel generált szabad moduláris háló. A Jordan–Dedekind-féle láncfeltétel. Félig moduláris hálók. Disztributív hálók. Hálók és geometria kapcsolata: projektív geometriák altérhálói. A Desargues-azonosság, geomoduláris hálók. Koordinátázás. Hálókongruenciák. Hálóvarietások. A Jónsson-lemma.

Komplementumos hálók. A relatív komplementumos hálók kongruenciái.  
Részalgebrahálók. Kongruenciahálók. A Grätzer–Schmidt-tétel.

**MAT/214** Algebra szeminárium

[Pálffy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető,  
Kutatásseminárium.

**MAT/215** Lie-algebrák

[Pálffy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapfogalmak; feloldható és nilpotens Lie-algebrák. Deriválások. Reprezentációk és modulusok. Nilpotens Lie-algebrák feletti modulusok; súlyok. Cartan-részalgebra, Cartan-felbontás. Killing-forma. Féligegyszerű Lie-algebrák Cartan-felbontása, gyökök. Fundamentális gyökök, fundamentális tükrözések. Weyl-csoport. Cartan-mátrix, Dynkin-diagram. Az összefüggő Dynkin-diagramok osztályozása. A komplex test feletti egyszerű Lie-algebrák, konstrukciók. Kivételes Lie-algebrák. Valós test feletti, ill. moduláris Lie-algebrák.

Ajánlott irodalom:

Humphreys: Introduction to Lie Algebras and Representation Theory

**MAT/216** Egyszerű csoportok

oktató: [Pálffy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

*Pelikán József - PEJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Klasszikus csoportok: speciális lineáris, szimplektikus, ortogonális, unitér csoportok. Véges Chevalley-csoportok: diagonális, monomiális és parabolikus részecsoportok; BN-párok. Csavart típusú egyszerű csoportok. Sporadikus egyszerű csoportok (Mathieu-csoportok, Higman–Sims-csoport, Leech-rács, Conway-csoportok, Monster).

**MAT/217**  $p$ -csoportok

[Pálffy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kombinatorikus csoportelmélet: szabad csoportok, a Nielsen–Schreier-tétel, a Schreier-féle indexformula, Cayley-gráfok. Föloldható csoportok: a Sylow-tételek általánosítása Hall-részecsoportokra,  $p$ -föloldhatóság. A transzfer alkalmazásai (Burnside tétele  $p$ -komplementum létezéséről, Schur tétele: a kommutátor-részecsoport véges, ha a centrum indexe véges). Kommutátorok, centrálancok  $p$ -csoportokban. Reguláris  $p$ -csoportok, maximális osztályú  $p$ -csoportok. Hatványteljes csoportok: Abel-csoportok (és reguláris csoportok) egyes tulajdonságainak analogonja, nagy hatványteljes részecsoportok létezése tetszőleges csoportban. Lineáris módszerek a véges  $p$ -csoportok elméletében. Aszimptotikus csoportelmélet.

Ajánlott irodalom:

Robinson: A Course in the Theory of Groups

**MAT/218** Permutációcsoportok

[Pálffy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Alapfogalmak: csoportthatás, stabilizátorok, orbitok, blokkok. Primitivitás, 2-tranzitív és sokszorosan tranzitív csoportok, szigorú tranzitivitás, Frobenius-csoportok, Zassenhaus-csoportok. A koszorúsorozat imprimitív és primitív hatása, a csavart koszorúsorozat. A primitív csoportok szerkezete, az O’Nan–Scott-tétel. Uniprimitív és 2-tranzitív csoportok rendjére és minimális fokára vonatkozó korlátok.

Ajánlott irodalom:

**MAT/219** Algebrai számelmélet

oktató: [Károlyi Gyula – KAGKABT.ELTE](#)

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Dedekind-gyűrűk, értékelélmélet, osztályszám, elágazások, körosztási testek, kvadratikus testek, alkalmazások diofantoszi egyenletekre, Dirichlet tétele az egységekről, reciprocitási tételek,  $p$ -adikus testek.

**MAT/220** Véges csoportok karakterelmélete

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Csoportrepresentációk, a csoportalgebra. Schur-lemma. Maschke tétele. A féligegyszerű algebrákra vonatkozó Wedderburn–Artin-tétel. Irreducibilis és teljesen reducibilis representációk. Karakterek. Ortogonalitási relációk. Centrum, kommutátor részecsoprt, normálosztók meghatározása a karaktertáblákból. Algebrai egészek. A Burnside-féle  $p^a q^b$ -tétel. Karakterek fokára vonatkozó tételek. Karakterek szorzata. Indukált representációk és karakterek.  $M$ -csoportok, Taketa tétele. Frobenius-csoportok. A Frobenius-magra vonatkozó Frobenius-tétel.  $TI$ -halmazok és kivételes karakterek. Csoportok jellemzése a 2-Sylow-részecsoprtjukkal és az involúciók centralizátorával.

Ajánlott irodalom:

Isaacs: Character Theory of Finite Groups

**MAT/221** Csoportok reprezentációelmélete

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Csoportrepresentációk, a csoportalgebra. Schur-lemma. Maschke tetele. Wedderburn tetele féligegyszerű algebrákról. Irreducibilis és teljesen reducibilis representációk.

Karakterek. Az ortogonalitási relációk. Centrum, kommutátorrészecsoprt és normálosztók meghatározása a karaktertáblázatból. Algebrai egészek. Burnside  $p^a q^b$  tetele. Karakterfokokra vonatkozó tételek. Karakterek szorzata. Indukált representációk és karakterek.  $M$ -csoportok, Taketa tetele. Frobenius-csoportok. Frobenius tetele Frobenius-magokról.  $TI$ -halmazok és kivételes karakterek. Csoportok jellemzése 2-Sylow részecsoprtok ill. involúciók centralizátora segítségével.

**MAT/222** Fejezetek a csoportelméletből

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Változó témakörök a véges csoportok elméletéből.

Permutációcsoportok. Többszörösen tranzitív csoportok, Mathieu-csoportok.

Primitív permutációcsoportok, O’Nan-Scott-tétel.

Egyszerű csoportok. Klasszikus csoportok, Lie-típusú egyszerű csoportok, sporadikus csoportok.

Csoportbővítések. Projektív representációk, Schur-multiplikátor.

$p$ -csoportok. Frattini-részecsoprt. Speciális és extraspeciális  $p$ -csoportok. Maximális osztályú csoportok.

Részecsoporthálók. Ore és Iwasawa tétele.

Ajánlott irodalom: D. J. S. Robinson: A course in the theory of groups, Springer, 1993

P. J. Cameron: Permutation groups, Cambridge University Press, 1999  
B. Huppert: Endliche Gruppen I, Springer, 1967

**MAT/223** Nemkommutatív gyűrűk

*Pelikán József - PEJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Struktúraelmélet (primitív gyűrűk, sűrűségi tétel, Jacobson-radikál, kommutativitási tételek). Centrális egyszerű algebrák (algebrák tenzorszorzata; Noether--Skolem-tétel, kettős centralizátor tétel, Brauer-csoport, keresztszorzat). Polinomazonosságok (struktúratételek, Kaplansky tétele, Kurosh-probléma). Noether-gyűrűk (Goldie-elmélet és általánosításai, dimenzióelmélet). Neumann-reguláris gyűrűk. Kvázi-Frobenius gyűrűk (csoportalgebrák, szimmetrikus algebrák, homologikus tulajdonságok).

Ajánlott irodalom:

Herstein: Noncommutative Rings

**MAT/224** Kommutatív algebra

*Pelikán József - PEJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Prím-, primér ideálok, nilradikál, Jacobson-radikál. Zariski-topológia, Krulldimenzió. Faktorgyűrűk, faktormodulusok. Lokális tulajdonságok, lokális gyűrűk. Primér felbontás, egyértelműségének esetei. Egész-függőség, egészre zárt gyűrűk. A "Going-Up" és "Going-Down" tételek. Értékelésgyűrűk. Noether-gyűrűk, Lasker-Noether-tétel. Artin-gyűrűk, struktúratételük. Diszkrét értékelésgyűrűk, Dedekind-gyűrűk. Dimenzióelmélet, Hilbert-függvény. Reguláris lokális gyűrűk. Gröbner-bázis.

Ajánlott irodalom:

Atiyah—McDonald: Introduction to Commutative Algebra

**MAT/225** Algebrai geometria

*Pelikán József - PEJKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Affin és projektív algebrai sokaságok, görbék, teljes metszetek, koordinátagyűrűk, biracionális leképezések, Riemann–Roch-tétel, elliptikus görbék, szingularitások megszüntetése.

Ajánlott irodalom:

Hartshorne: Algebraic Geometry

**MAT/226** Operátorfélcsoportok Hilbert térben

*Bátkai András – BAAKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az operátorfélcsoportokkal kapcsolatos alapfogalmak áttekintése. Alapvető példák valamint konstrukciók. A generátor fogalma, a rezolvens integrálrepresentációja a félcsoport Laplace transzformációjaként. Hille-Yosida tételkör. Disszipatív operátorok, Lumer-Phillips tétel. Alkalmazások első- és másodrendű differenciáloperátorokra.

Félcsoportok regularitási tulajdonságai (analitikus, differenciálható, normafolytonos, kompakt), közöttük a kapcsolat példák és ellenpéldák segítségével. A korlátos perturbáció, a Dyson-Phillips sor. Kitekintés nemkorlátos perturbációk irányába. Aszimptotikus tulajdonságok, a félcsoport és a generátor spektrumának viszonya. Zabczyk ellenpéldája. Spektráleképezés-tétel normafolytonos félcsoportokra. Gearhart tétele Hilbert térbeli félcsoportokra.

Operátorfélcsoportok és az Cauchy probléma kapcsolata, jóldefiniáltság. Az inhomogén egyenlet klasszikus, erős, enyhe és gyenge megoldásfogalmai, ezek közötti viszony. Megoldások reprezentációja.

Példák: késleltetett és populációs egyenletek tárgyalása.

Kötelező irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Springer-Verlag, Universitext, 2006.

Ajánlott irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Springer-Verlag, Graduate Texts in Mathematics 194, 1999.

Bátkai, A., Piazzera, S., Semigroups for Delay Equations, A K Peters, 2005.

**MAT/227** Sztochasztikus modellek

[Prékopa András – EHA.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Statikus és dinamikus modellek. Az adódó sztochasztikus programozási feladatok matematikai jellemzése és megoldó módszereik.

Lonkonkáv mértékek alaptétele. Valószínűségi korlátok illetve valószínűséget tartalmazó célfüggvények logkonkávítása. Kiértékelésük közelítő szimulációs eljárásokkal.

**MAT/228** A viszontbiztosítás matematikai alapjai

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Viszontbiztosítás fogalma, csoportosítási szempontok. Az életág- viszontbiztosításnak specialitásai. Optimalitási tételek. Lineáris értékelés Neumann-Morgenstern tétel. Reciprok viszontbiztosítás, Pareto optimum, Borch tétel. Pareto-típusú eloszlások, határeloszlás tételek. Poisson folyamat, születési folyamatok. Pólya folyamat. Legnagyobb károk eloszlása. A viszontbiztosítói kár rész Laplace-transzformálja a legnagyobb kár és ECOMOR formák esetében.

Ajánlott irodalom:

E. Straub: Non Life Insurance Mathematics.

Hans U. Gerber: An Introduction to Mathematical Risk Theory

J. L. Teugels: Selected Topics in Insurance Mathematics

**MAT/229** Független növekményű, stacionárius és Markov-foly.

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

[Michaletzky György MIGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Korlátlanul osztható eloszlások karakterisztikus függvénye, Lévy-Hincsin formula. Poisson pontfolyamat és integrál. Az eloszlás tulajdonságainak (nemnegativitás, véges szórás) jellemzése a karakterisztikus függvény segítségével. Stabilis eloszlások karakterisztikus függvénye. Stabilis eloszlású változó generálása.

**MAT/230** Sztochasztikus analízis

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Lokális martingál, szemimartingál. Integrál szemimartingál szerint. Az integrál tulajdonságai. Kvadratikus variáció, BDG egyenlőtlenség, izometria tétel. Ito formula, Lévy karakterizáció, Girsanov tétel, Kazamaki és Novikov feltétel. Ito integrál.

Ajánlott irodalom:

Revuz–Yor: Continuous martingales and Brownian motion.

Protter: Stochastic integration and differential equation.

**MAT/231** Sztochasztikus dinamikai rendszerek

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Sztochasztikus differenciál egyenletek, erős és gyenge megoldás, eloszlásbeli és

trajektóriánkénti unicitás, ezek kapcsolata. Gyenge megoldás mértékeserével, tempóváltással. Fubini tétel, lokális idő. Eltöltött idő formula. Hölder folytonos együtthatók esete egy dimenzióban. Tsirelson példája. Rendezési tétel.

Ajánlott irodalom:

Revuz-Yor, Continuous martingales and Brownian motion.

**MAT/232** Sztochasztikus folyamatok szűrése

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kalman szűrő, Kalman-Buey szűrő egyenletei. Zakai egyenlet. További fejezetek a sztochasztikus analízisből: Formulák a Wiener folyamat lokális idejére, Wiener-Itô káosz felbontás.

-

Ajánlott irodalom:

Revuz-Yor, Continuous martingales and Brownian motion.

**MAT/233** A kombinatorikus optimalizálás műszaki alkalmazásai

[Recski András – REAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A matroidelmélet alapfogalmainak átvizsgálása. Részletesebb kitekintés a matroidok algebrai és geometriai reprezentálásáról. Alkalmazások a villamos hálózatok klasszikus elméletében, hálózatok egyértelmű megoldhatóságának vizsgálata, szabadsági fokok számának meghatározása. Alkalmazások a nagybonyolultságú integrált áramkörök (VLSI) huzalozás-tervezésében. Pontdiszjunkt és éldiszjunkt modell, Manhattan-féle és korlátozás nélküli modell, különböző geometriák (egyetlen sor, csatorna, switchbox). Alkalmazások a statikában, rúdszerkezetek és tensegrity szerkezetek merevsége, leszúrása.

Ajánlott irodalom:

András Recski: Matroid theory and its applications in electric network theory and in statics, Springer – Akadémiai Kiadó, 1989.

**MAT/234** Analízis kutatói szeminárium

[Révész Szilárd – RESNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A szeminárium célja, hogy a résztvevők, elsősorban is kutatómunkájuk elején lévő fiatal kutatók, végzős vagy doktori iskolai tanulmányokat folytató hallgatók, segítséget kapjanak kutatásra alkalmas fontos, érdekes problémák megismerésében elsősorban a klasszikus analízis területén. A szeminárium módszere, hogy a kijelölt illetve megbeszéltek témákból adott irodalmat - elsősorban cikkeket - egy-egy résztvevő hallgató a szükséges mértékű konzultációval, segítséggel feldolgozza, és arról szemináriumi előadást tart. A szemináriumi előadáshoz kapcsolódóan kerül sor a kutatásra érdemes kérdések megbeszélésére, további javaslatok, esetleg irodalom megadására is. Amennyiben valaki érdemben kutatni kezd a felvetett kérdéseket, úgy további konzultációkra, segítségre is számíthat.

**MAT/235** Bevezetés a potenciálméletbe

[Révész Szilárd – RESNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A potenciálmélet - akárcsak pl. a Fourier analízis - eléggé

"transzverzális" jellegű téma a matematikai analízisben, azaz sok témához kapcsolódik, sok helyen előjön, pl. a harmonikus függvények elméletében, a differenciálegyenletek elméletében, az approximációelméletben, a valószínűségi számításban, a funkcionál-analízisben stb. Az előadás célja megismertetni a klasszikus alapokat, majd bemutatni, hogy a legalapvetőbb elvek - pl. egyensúlyi eloszlás, különböző (formálisan eltérően értelmezett) energia-típusú mennyiségek egybeesése, diszkrét és folytonos értelmezések kapcsolata, Frostman-féle maximum-elv - mennyire



általánosan is tárgyalhatóak, és ezáltal mennyi érdekes és váratlan témában alkalmazhatóak.

Irodalom:

- D. H. Armitage, S. J. Gardiner: Classical Potential Theory, Springer Monographs in Mathematics, Springer, 2001.
- O. D. Kellog: Foundations of potential theory, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band XXXI, Springer, 1929.
- L.L. Helms: Introduction to potential theory, Pure and Applied Mathematics, Volume XXII, Wiley-Interscience, 1969.
- E. B. Saff, V. Totik: Logarithmic potentials with external fields, Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Band 318, Springer, 1997.
- B. Fuglede: On the theory of potentials in locally compact spaces, Acta Math. 103 (1960), 139--215.
- B. Farkas, Sz. Gy. Révész: Potential theoretic approach to rendezvous numbers, Monatshefte für Mathematik, 148 (2006), 309--331.

#### **MAT/236 Számelmélet szeminárium**

[Ruzsa Imre – RUINAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Kutatószeminárium.

#### **MAT/237 Modellelmélet**

[Sági Gábor – SAGEANT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Ultraszűrők, szűrőterek és kombinatorikus alkalmazásai. Reguláris ultraszűrők és univerzális modellek. Homogén modellek. Ultraláncok. Frayne tétele. Jó ultraszűrők, konstrukcióik és szaturált modellek gyenge egzisztenciája, unicitása. A Kesiler-Shelah tétel. Definiálhatóság: Svenonius és Beth tételei. Típuselkerülési tétel. Megszámlálható kategoricitás Stone-teres és automorfizmus-csoportos jellemzése. A véletlen gráfok elmélete megszámlálható-kategorikus. Végese gráfok nulla-egy törvényei.

Ajánlott irodalom:

1. C.C. Chang, H.J. Keisler, Model Theory, Elsevier, Nort-Holland 1990.
2. W. Hodges, Model Theory, Cambridge Univ. Press, 1997.
3. D. Marker, Model Theory, an introduction, GTM-217, Springer-Verlag, 2002.
4. G. Sági, Válogatott Fejezetek a Modellelméletből, elektronikus jegyzet (kb.164 oldal), 2005.

#### **MAT/238 Modellelmélet II.**

[Sági Gábor – SAGEANT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A stabilitás definíciója. Példák és a stabilitás alaptulajdonságai. Típusok definiálhatósága, stabilitás-spektrum, Morley-rang. Diszpergált terek, mint Stone-terek. Minimális halmazok. Atomos és prím-modellek. Kétszámosság-tételek. Morley kategoricitás-tétele. Megkülönböztethetetlen elemek stabil és instabil struktúrákban. Ehrenfrucht-Mostowski modellek. Selah „sokmodell” tétele: megszámlálható, instabil elméletek páronként nem izomorf, nem megszámlálható modelljeinek számossága a lehető legnagyobb. A geometriai stabilitáselmélet alapjai.

Ajánlott irodalom:

1. W. Hodges, Model Theory, Cambridge Univ. Press, 1997.
2. D. Marker, Model Theory, an introduction, GTM-217, Springer-Verlag, 2002.
3. S. Shelah, Classification Theory, Elsevier, Nort-Holland, 1990.
4. G. Sági, Válogatott Fejezetek a Modellelméletből, elektronikus jegyzet (kb.164 oldal), 2005.

oldal), 2005.

**MAT/239** Additív számelmélet

[Sárközy András – SAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A körprobléma, az Erdős–Fuchs-tétel. A Hardy–Littlewood-módszer. A páratlan Goldbach-probléma. Nagy ívek, szinguláris sorok. Kis ívek, Vaughan módszere, Vinogradov–Vaughan és Vinogradov lemmái. A páros Goldbach-probléma ismertetése. A Waring-probléma. Weyl-összegek, a Weyl-módszer, Weyl-eltolás. Weyl lemmái, a Weyl-egyenlőtlenség, a különbségoperátor. Hua lemmája. A kis ívek adaléka. A nagy ívek adaléka a szinguláris sor és integrál függvényében (a bizonyítás vázlatával). Roth tétele a 3 tagú számtani sorozatokról. Négyzetek a különbségsorozatokban (vázlat).

**MAT/240** Exponenciális összegek a számelméletben

[Sárközy András – SAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Additív és multiplikatív karakterek, kapcsolatok, alkalmazások. A Vinogradov-lemma és duálisa. Gauss-összegek. A Pólya–Vinogradov-egyenlőtlenség. A legkisebb kvadratikusan nemmaradék becslése. Kloosterman-összegek. A nagy szita aritmetikai és karakteres változata, alkalmazások. A számtani sorozatokban való eloszlás irregularitásai, karakterösszegek alsó becslése. Egyenletes eloszlás. Weyl-kritérium. Diszkrepancia. Erdős–Turán-egyenlőtlenség. Van der Corput módszere.

**MAT/241** Kombinatorikus számelmélet

[Sárközy András – SAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A Brun-szita és alkalmazásai. Schnirelmann addíciós tétele. A prímszámok bázist alkotnak. Additív és multiplikatív Sidon-sorozatok. Oszthatóság sorozatokban, primitív sorozatok. A “nagyobb szita”. Hilbert-kocka sűrű sorozatokban. Van der Waerden és Szemerédi számtani sorozatokra vonatkozó tételei.

**MAT/242** Számítógépes számelmélet

[Sárközy András – SAAKAAT.ELTE](#)

[Gyarmati Katalin – GYKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Elemi műveletek és számelméleti feladatok időigénye.  $n=pq$  estén  $p$ ,  $q$  meghatározása polinomiálisan ekvivalens  $\varphi(n)$ -ével. Moduláris hatványozás. Faktorizáció algebrai azonosságokkal. A kriptográfia alapfogalmai. RSA, diszkrét logaritmus, a Diffie–Hellman-kulcs csere rendszer. Prímtesztelés, pszeudoprímek. Fermat-faktorizáció, a faktorbázis algoritmus, a kvadratikusan szita. Elliptikus görbék, a Diffie–Hellman-kulcs csereanalogonja. Pszeudovéletlen sorozatok, alkalmazásuk a Monte Carlo-módszer kapcsán, illetve a kriptográfiában.

Ajánlott irodalom:

N. Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography

**MAT/243** Nemkorlátos operátorok Hilbert- térben

[Sebestyén Zoltán – SEZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Nemkorlátos operátorok Hilbert adjungáltja; lezárható és zárt operátorok Neumann jellemzése. Szimmetrikus operátorok lezárta, önadjungált kiterjesztések Neumann elmélete. Nemkorlátos normális operátorok Hilbert téren: a spektráltétel általános alakja. Pozitív önadjungált operátorok szerepe. Pozitív szimmetrikus operátor önadjungált kiterjesztésének Neumann féle problémája, Krein elmélete: a Krein–Neumann, ill. Friedrichs kiterjesztés, mint legkisebb és legnagyobb lehetséges pozitív önadjungált kiterjesztés. Nemsűrűn definiált pozitív szimmetrikus operátorok önadjungált pozitívvá való kiterjesztésének problémája. Pozitív kvadratikusan alakok szerepe (Lebesgue felbontása, parallel összegek stb.). Extremális pozitív önadjungált

kiterjesztések jellemzése az összes lehetséges kiterjesztések között

**MAT/244** Operátorkiterjesztések

[Sebestyén Zoltán – SEZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Hiányzó leírás.

**MAT/245** Geometriai függvénytan

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Phragmén-Lindelöf-típusú tételek. Kapacitás. Csebisev konstans. Transzfinit átmérő.  
Green  
függvény és Robin konstans. Kapacitás és Hausdorff mérték. Konform sugár.  
Terület elv. Koebe-féle torzítási tételek. Egyrétű függvények együtthatóinak  
becslése. Terület-ív hossz elv. Extremális hossz. Konform leképezések kiterjesztése a  
határra. Négyszög és gyűrű modulusa. Kvázikonform leképezések.  
Kváziszimmetrikus függvények. Kvázikonform görbék.  
Irodalom: Tsuji "Potential Theory", Hayman "Multivalent Functions",  
Ahlfors "Lectures on Quasiconformal Mappings".

**MAT/246** Speciális függvények

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Gamma függvény. Stirling formula a komplex síkon, nyeregpont módszer.  
Zeta függvény. Függvényegyenlet, elemi tények a gyökökről. A Prímszámtétel.  
Elliptikus függvények. Elliptikus görbék paraméterezése, rácsok. Az anharmonikus  
és a moduláris csoport fundamentális tartománya.  
A teta függvény függvényegyenlete. Holomorf moduláris formák, alkalmazásuk a  
Négy Négyzetszám tételére.  
Kötelező irodalom: Halász Gábor „Speciális függvények” c. (készülő) egyetemi  
jegyzete..

**MAT/247** Végtelen dimenziós dinamikai rendszerek kvalitatív elmélete

[Sikolya Eszter – SIEKADT.ELTE](#)

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Tárgyleírás: A tárgy végtelen dimenziós Banach tereken értelmezett lineáris  
dinamikai rendszerek mint pl. parciális differenciálegyenletek, sztochasztikus  
folyamatok, kontrollproblémák, késleltetett egyenletek stb. megoldásához és a  
megoldások viselkedésének leírásához jól használható operátorfélcsoportelméletbe  
nyújt betekintést. Foglalkozik a félcsoportok alapvető tulajdonságaival (generátor,  
spektrálmélet, perturbáció stb.), fontos speciális osztályaival (pl. analitikus  
félcsoportok), továbbá a lehetséges alkalmazási területekkel.

Kötelező irodalom: K.-J. Engel and R. Nagel, A Short Course on Operator  
Semigroups, Universitext. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 2006.  
Ajánlott irodalom: K.-J. Engel and R. Nagel, One-Parameter Semigroups for Linear  
Evolution Equations, Graduate Texts in Math., vol. 194, Springer-Verlag, New  
York, 2000.

**MAT/248** Lineáris parciális differenciálegyenletek

[Simon László – SILKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Fourier-transzformáció. Szoboljev-függvényterek. Rugalmasságtani problémákra és  
a stacionárius hővezetés egyenletére vonatkozó peremérték és sajátérték feladatok  
gyenge (Szoboljev-térbeli), variációs és klasszikus megoldása. Kezdeti-peremérték  
feladatok lineáris egyenletekre: a hővezetés egyenletére és a hullámeqyenletre. A  
gyenge és a klasszikus megoldás vizsgálata a Fourier-módszerrel és a Galjorkin-  
módszerrel.

Divergencia alakú kvázilineáris elliptikus egyenletekre vonatkozó peremérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli) megoldása a monoton és pszeudomonoton operátorok elméletének felhasználásával. Elliptikus variációs egyenlőtlenések. Divergencia alakú kvázilineáris parabolikus egyenletek és funkcionál differenciálegyenletek gyenge megoldása a monoton típusú operátorok elméletének felhasználásával. A megoldások kvalitatív tulajdonságai. Kvázilineáris hiperbolikus egyenletek.

**MAT/249** Nemlineáris parciális differenciálegyenletek

[Simon László – SILKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Magasabb index? Szoboljev-terek, kapcsolat a Fourier transzformációval. Peremételes elliptikus problémák, peremérték feladatok klasszikus megoldásának létezése. Monoton típusú operátorok elméletének alkalmazása nemlineáris elliptikus egyenletekre.

**MAT/250** Lineáris parciális differenciálegyenletek I.

[Simon László – SILKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Fourier transzformáció. Szoboljev függvényterek. Lineáris elliptikus egyenletek: sajátérték feladatok, peremérték feladatok, variációs értelmezés.

**MAT/251** Parciális differenciálegyenletek elmélete II.

[Simon László – SILKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Nemlineáris elliptikus egyenletek vizsgálata pszeudomonoton operátorokkal. Elliptikus variációs egyenlőtlenések. Kompakt beágyazási tétel időfüggő Szoboljev-terekben. Nemlineáris evolúciós egyenletek vizsgálata pszeudomonoton operátorokkal. Alkalmazás nemlineáris parabolikus differenciálegyenletekre és funkcionál egyenletekre.

**MAT/252** Folytonos dinamikai rendszerek

[Simon Péter – SIPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása. Dinamikai rendszerek különböző ekvivalencia fogalmai. Lineáris differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása a topológikus ekvivalencia szerint. Nemlineáris rendszerek osztályozása a Poincaré-féle normálforma segítségével, a jobboldal sorfejtésének tagjai hogyan határozzák meg a fázisképet. A fáziskép vizsgálata egyensúlyi pontok körül. Stabilis, instabilis, centrális sokaság. Hartman-Grobman tétel, hiperbolikus egyensúlyi pontban a lineáris rész meghatározza a fázisképet. Periodikus megoldások. Lokális vizsgálat periodikus megoldások körül. Kétdimenziós vektormező indexe. A trajektóriák végtelenbeli viselkedésének vizsgálata a fázissík gömbre transzformálásával. Az Euler karakterisztika és az egyensúlyi pontok típusának kapcsolata. Biológiai és kémiai modellek. Hamilton-féle rendszerek. Dinamikai rendszerek bifurkációi. Nyereg-esomó és Andronov-Hopf bifurkáció. L. Perko, Differential Equations and Dynamical systems, Springer

**MAT/253** Közönséges diffegy. kvalitatív elmélete

[Simon Péter – SIPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető  
Differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása. Dinamikai rendszerek különböző ekvivalencia fogalmai. Lineáris differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása a topológikus ekvivalencia szerint. Nemlineáris rendszerek osztályozása a Poincaré-féle normálforma segítségével, a jobboldal sorfejtésének tagjai hogyan határozzák meg a fázisképet. A fáziskép vizsgálata egyensúlyi pontok körül. Stabilis, instabilis, centrális sokaság. Hartman-Grobman tétel, hiperbolikus egyensúlyi pontban a lineáris rész meghatározza a fázisképet. Periodikus megoldások. Lokális vizsgálat periodikus megoldások körül. Periodikus megoldás stabilis, instabilis, centrális

sokasága. Kétdimenziós vektormező indexe. A trajektóriák végtelenbeli viselkedésének vizsgálata a fázissík gömbre transzformálásával. Az Euler-karakterisztika és az egyensúlyi pontok típusának kapcsolata. L. Perko, *Differential Equations and Dynamical systems*, Springer

**MAT/254** Matematikai modellek vizsgálata

*Simon Péter – SIPKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/255** Algebrai geometria és Differenciátopológia

*Stipsicz András – STALAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A MTA Renyi Alfred Matematikai Kutatóintézet "Algebrai Geometria és Differenciátopológia" osztályának heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadokkal. Hetente változó téma, általában angolul.

**MAT/256** Alacsony dimenziós sokaságok topológiája

*Stipsicz András – STALAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kurzus a 3- és 4-dimenziós sokaságok topológiájába illetve csomok elméletébe nyújt bevezetést. Az érintett témák: Seifert 3--sokaságok, Thurston sejtése, Freedman és Donaldson tetelei. Kirby diagramok és Kirby kalkulus. Csomok invariánsai. Ezgotikus 4-sokaságok, Seiberg-Witten és Heegaard Floer elmélet. Irodalom: Gompf-Stipsicz: 4-manifolds and Kirby calculus (AMS, 1999) Stipsicz: Negydimenziós topologia (<http://www.renyi.hu/~stipsicz/magyar/index.html>)

**MAT/257** Bevezetés az univerzális algebra

*Kiss Emil – KIEKAAT.ELTE*

*Szabó Csaba – SZCKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hasonlósági típus, algebra, klónok, termek, polinomok. Részalgebra, homomorfizmus, direkt szorzat, azonosság, varietás, Birkhoff tételei. Kongruenciaháló, részalgebraháló, Malcev-lemma. Szubdirekt fölbontás, szubdirekt irreducibilis algebra. A Quackenbush-probléma. Gráfalgebra. Malcev-feltételek, a kongruenciafölcserélhető, a kongruenciadisztributív és a kongruenciamoduláris varietások jellemzése. A Jónsson-lemma, Fleischer tétele. Baker végesbázis-tétele. Teljességi kérdések, primál és függvényteljes algebra és jellemzésük (Foster-Pixley, Baker-Pixley, Rosenberg, Murskii). Diszkriminátor, Werner tétele. A Boole-szorzat és alkalmazása a diszkriminátorvarietások algebrainak leírására. A Quackenbush-féle jellemzés. Direkt reprezentálható varietások. Kommutátorelmélet. Abel-féle algebra, centralitás, a kommutátor tulajdonságai moduláris varietásokban. A Gumm-féle eltolás-lemma, a kommutátor szemantikai definíciója, a kommutátor tulajdonságainak bizonyítása. Differenciaterm, az Abel-féle algebra alaptétele (Taylor-Hermann). Az Abel-féle kongruenciák szerkezete, a hozzájuk rendelt modulus. A centralitás Gumm-féle jellemzése. Általánosított Jónsson-tétel.

Ajánlott irodalom:

Burris-Sankappanavar: A course in Universal Algebra

Freese-McKenzie: Commutator theory for congruence modular varieties

**MAT/258** Fejezetek az univerzális algebra

*Kiss Emil – KIEKAAT.ELTE*

*Szabó Csaba – SZCKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kommutátorelmélet alkalmazásai: a Gumm-McKenzie-Werner-tétel: kongruenciafölcserélhető varietásban minden véges egyszerű algebra vagy függvényteljes vagy polinomiálisan ekvivalens egy modulussal. A Freese-Lampe-Taylor-tétel a kevés

alpművelettel rendelkező algebrák kongruenciahálójáról. Freese és McKenzie tétele: a végesen generált moduláris varietások jellemzése. Moduláris varietások egyszerű algebrái. Gumm eredményei a fölcserélhetőségről. A nilpotens algebrák szerkezete, Freese és Vaughan-Lee végesbázis-tétele. A szelíd kongruenciák elmélete. Egy részhalmazon indukált algebra. A környezetek geometriája, környezetben indukált algebrák kongruenciahálója. Minimális algebrák szerkezete: az iker-lemma, az öt különböző típus. A kongruenciaháló alakja és megcímkézése közötti kapcsolat. Interpretálás. Földoldható algebrák és varietások. Magasabb dimenziós minimális halmazok. Centralitás és nilpotencia az általános esetben (Kearnes). Alkalmazások: véges algebrák kongruenciahálójára vonatkozó eredmények (McKenzie, Pálffy, Pudlák). Olyan lokálisan véges varietások szerkezete, melyeknek az elsőrendű elmélete eldönthető (Burris, McKenzie, Valeriote). Az RS-sejtés nemtriviális kongruenciaazonosságot kielégítő varietásokra, és általában a típusalmaz eldönthetlensége (McKenzie, Wood). Részvarietásháló. Szabad spektrum. Abel-féle varietások.

Ajánlott irodalom:

Freese-McKenzie: Commutator theory for congruence modular varieties

Hobby-McKenzie: The structure of finite algebras (Tame congruence theory)

#### **MAT/259** Adattömörítés

[Szabó István – SZILAAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Tömörítési modellek. A veszteségmentes tömörítés korlátai (Kraft-Fano egyenlőtlenség, entrópia).

Gyakorlati veszteségmentes adattömörítő eljárások és a hatékonyságuk becslése (Shannon, Gilbert-Moore, Huffman kód, blokk kódok, aritmetikai kód). Vizsgálatok a Huffman kódok témakörében (élesebb korlát, hossz-korlátozott Huffman kódok). Az írott szöveg tömörítésének korlátai. LZ77, LZ78, LZW, LZSS kódolások és gyakorlati megvalósításaik (GZIP, PKZIP, Compress, GIF, ...). Markov forrás tömöríthetősége, az egy- és kétdimenziós futamhossz tömörítések: RLE, a FAX tömörítés elve.

A veszteséges tömörítések módszerei: a pszicho-vizuális- és pszicho-akusztikus tömörítések alapelvei, képtömörítések (JPEG, farktál tömörítés, ...), videó-tömörítési szabványok, Shannon mintavételi tétele, kvantálás, modulációk, a hang-és beszédtömörítés elvi alapjai, minőségi kiértékelési módszerek.

Ajánlott irodalom:

Györfi L.- Györi S.- Vajda I.: Információ és kódelmélet;

D. Salomon: Data Compression

#### **MAT/260** Kriptográfia

[Szabó István – SZILAAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kriptográfia helye az adatvédelemben: jogi környezet, veszélyek csoportosítása, programozott fenyegetések: vírusok, rejtett csatornák, ... A szteganográfia-kriptográfia alapfogalmi.

Kriptográfiai primitívek: algoritmusok és a biztonság garanciális /bizonyítási/ módszerei. A kriptográfia története, történelmi hibák és kihasználásuk.

Információelméleti biztonság. Szimmetrikus (titkos) kulcsú rendszerek. Pszeudo-véletlen sorozatok kriptográfiai követelményei. Stream ciphers: lineáris visszacsatolású shift-regisztereken alapuló titkosítás, a lineáris kriptó-analízis alapjai. Block ciphers: LUCIFER, DES, Advanced Encryption Standard, differenciál kriptó-analízis. Aszimmetrikus (nyilvános) kulcsú (PKI) rendszerek, egyirányú függvények, klasszikus matematikai problémákon alapuló algoritmusok, kulcsegyeztetők, PKI kódolók (RSA, ECC), hash függvények. Kriptográfiai protokollok (blind signature, secret sharing, ...) Faktorizációs módszerek, protokollhibák.

Gyakorlatban alkalmazott kriptográfiai rendszerek és biztonságuk: GSM, WLAN,

BlueTooth, Skype, elektronikus aláírási rendszerek, Secure Electronic Transaction Standard,... Nemzetközi és hazai szabványok és projektek.

Ajánlott irodalom:

Nemetz-Vajda: Algoritmikus adatvédelem,

Buttyán-Vajda: Kriptográfia és alkalmazásai

Bruce Schneier: Applied Cryptography

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1997, <http://www.cacr.math.uwaterloo.ca/hac/>

**MAT/261** Analitikus számelmélet

[Szalay Mihály – SZMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Prímszámtétel az alábbi alakú hibataggal:

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{dt}{\log(t)} + O(x \exp(-c\sqrt{\log(x)}))$$

Szabálytalanságok a prímek eloszlásában. Számítási sorozatokra vonatkozó prímszámtétel, Siegel-gyök, a Siegel–Walfisz-tétel bizonyítása.

**MAT/262** Algebrai geometria és differenciátopológia

[Stipsicz András – STALAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A MTA Renyi Alfred Matematikai Kutatóintézet 'Algebrai Geometria és Differenciátopológia' osztályának heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadokkal. Hetente változó téma, általában angolul.

**MAT/263** Galois-elméletek a matematikában

[Szamuely Tamás – SZTKAKT.ELTE](#)

6 kredit, elmGalois-elmélet testekre. Klasszikus Galois-elmélet (rövid ismétlés).

Provéges csoportok, a Galois-elmélet főtétele végtelen bővítésekre. Véges étale

algebrák, a Galois-elmélet főtételének Grothendieck-féle alakja. Galois-elmélet

topológiai fedésekre. Fedések a topológiában, Galois-fedések. A Galois-elmélet

főtételei fedésekre. Univerzális fedés létezése, kapcsolat a fundamentális csoporttal.

Monodrómiascsoportok. Lokálisan konstans kények klasszifikációja a fundamentális

csoport által. Lokális rendszerek, monodrómiascsoport. Differenciálegyenletekhez

tartozó lokális rendszerek, a Riemann–Hilbert-probléma. Riemann-felületek Galois-

elmélete. Alapfogalmak Riemann-felületekről. Riemann-felületek elágazó fedései,

kapcsolat a függvénytest feletti véges étale algebrákkal. Alkalmazás: minden véges

csoport Galois-csoport  $C(t)$  felett. A merevségi módszer. A komplex projektív

egyenes elágazó fedései mint algebrai görbék, ezek definiálása  $\mathbb{Q}$  egy véges bővítése

felett. Az algebrai fundamentális csoport. A merevségi módszer Galois-csoportok

realizálására  $\mathbb{Q}$  felett. Thompson tétele: a Monster Galois-csoport  $\mathbb{Q}$  felett.

**MAT/264** Algebrai Topológia és alkalmazásai II-

[Szenyhe János – SZJKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/265** Differenciálgeometriai feladatok és problémák

[Szenyhe János – SZJKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az előadás célja annak bemutatása, hogyan lehet klasszikus görbe- és felületelméleti illetve modern differenciálgeometriai problémákat a Mathematica program segítségével megoldani, továbbá hogyan lehet szemléltetni különféle differenciálgeometriai fogalmakat kihasználva a Mathematica program grafikai és animációs képességeit.

Ajánlott irodalom:

- 2) Alfred Gray: Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica, CRC Press 1999.

**MAT/266** Fizika és Geometria

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az előadás témáját az előadó határozza meg. Két lehetséges tematika:

Lagrange-mechanika. A második érintőnyaláb geometriája, másodrendű differenciálegyenlet egy sokaság felett, az általános spray fogalma és alaptulajdonságai, Lagrange-függvény és az Euler–Lagrange-egyenlet. Lagrange-rendszerek szimmetriái, Noether-tétel. Legendre-transzformáció, a Lagrange-féle és a Hamilton-féle mechanika kapcsolata.

Ajánlott irodalom:

- 2) Szenthe János: A mechanika újabb matematikai eszközei, Budapesti Műszaki Egyetem Továbbképző Intézete, Budapest, 1976.
- 3) V. I. Arnold: A mechanika matematikai módszerei, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1985.

Donaldson-elmélet. Maxwell-egyenletek, kalibrált mezők, Yang-Mills-funkcionál. Instantonok. K-funktor, Adams-operációk, Hopf-invariáns, exotikus differenciálható struktúrák  $R^4$ -en.

Ajánlott irodalom:

- 2) M.M. Postnikov: Lecons de geometrie, Geometrie differentielle, Semester 4.
- 3) D. Freed, K.K. Uhlenbeck: Instantons and Four-Manifolds, Springer 1984.

**MAT/267** Hajós szeminárium

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A szeminárium a geometria új eredményeit dolgozza fel.

**MAT/268** Riemann- sokaságok I.

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Levi-Civita-féle kovariáns deriválás a Riemann-sokaságon. Geodetikusok. Az érintőnyalábban vett exponenciális leképezés. A normális koordináta-rendszer. A görbületi tenzor azonosságai. Az állandó görbületű sokaságok, Schur tétele. A geodetikus görbe mentén vett Jacobi-mezők. Konjugált pontok. A Gauss-lemma. Metrika az összefüggő Riemann-sokaságon. Az ívhosszra vonatkozó első és második variációs formula. A geodetikus szegmenshez rendelt index-forma.

A szemi-Riemann-sokaság és a Lorentz-sokaság. A Schwarzschild-megoldás.

Ajánlott irodalom:

- 1) D. Gromoll, W. Klingenberg, W. Meyer: Riemannsche Geometrie im Grossen. Springer-Verlag, Berlin, 1968.
- 2) M. Do Carmo: Riemannian geometry. Birkhäuser, Boston, 1992.
- 3) B. O'Neill: Semi-Riemannian geometry. Academic Press, New York, 1983.

**MAT/269** Riemann- sokaságok II.

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az összefüggő Riemann-sokaság teljességének problémája, a Hopf–Rinow-tétel. A Morse-féle index-tétel. Az index-formák összehasonlítása két Riemann-sokaságnál, Rauch tétele. A nempozitív Gauss-görbületű sokaságok, az Hadamard-Cartan-féle tétel. Lokális izometriák, a Cartan-Ambrose-Hicks-tétel.



A Riemann-sokaság egy részsokaságának jellemzői: a második alapforma, Weingarten-leképezések, konnexió a normális vektornyalábon. A görbületi tenzorokra vonatkozó Gauss-egyenlet, Codazzi-egyenlet és Ricci-egyenlet. A minimál-részsokaságok. A részsokaság fokális pontjai. A részsokaság körül vett Fermi-féle koordináta-rendszer. Izometrikus beágyazások az euklideszi térbe.

Ajánlott irodalom:

- 1) D. Gromoll, W. Klingenberg, W. Meyer: Riemannsche Geometrie im Grossen. Springer-Verlag, Berlin, 1968.
- 2) M. Do Carmo: Riemannian geometry. Birkhäuser, Boston, 1992.
- 3) B. O'Neill: Semi-Riemannian geometry. Academic Press, New York, 1983.

#### **MAT/270** Alkamazott titkosítás szeminárium

[Sziklai Péter – SZPKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A kriptográfia aktuális kérdéseit dolgozzuk fel, egy elméleti bevezető után főleg cikkeket olvasunk. A cél olyan tudás megszerzése, ami a gyakorlatban felmerülő titkosítási feladatokban alkalmazható. Ajánlott szakirodalom a kurzushoz kapcsolódóan készülő jegyzet:  
<http://www.cs.elte.hu/~rfid/elte-notes.pdf>

#### **MAT/271** Nemlineáris funkcionálanalízis

[Karátson János – KAJKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nemlineáris operátorok alapfogalmai normált terekben. Hemi- és bihemifolytonos operátorok. Gateaux- és Frechet-derivált, középértéktételek. Potenciáloperátorok, a potenciál fogalma és létezésének feltételei. Monoton operátorok és konvex funkcionálok. Térstruktúrák. Nem korlátos pozitív lineáris operátorok energiateré, gyenge megoldás, Friedrich-kiterjesztés. Dualitás reflexív Banach-terekben.

Operátoregyenletek megoldhatósága. Variációs elv nemlineáris operátoregyenletre, egyenlet megoldásának és funkcionál minimalizálásának kapcsolata. Kvadratikus funkcionál. Funkcionál minimumának létezése. Nemlineáris leképezés bijekció voltának általános feltételei, inverzfüggvény-tételek. Fixponttételek. A variációs elv kiterjesztése nem konvex funkcionálra, a „mountain pass” lemma. A megoldhatósági tételek alkalmazása nemlineáris differenciálegyenletekre

Közelítő módszerek. Iterációs módszerek: Gradiens-módszer Hilbert-térben. Operátoregyenletek megoldása folytonos operátorra. Konstrukció és konvergencia lineáris operátorokra a kvadratikus funkcionál alapján, ill. nemlineáris monoton potenciáloperátorokra. Nem folytonos operátor esete, prekondicionálás és energiateré. A konjugált gradiens-módszer lineáris operátorokra. Konstrukció és konvergencia szimmetrikus és nem szimmetrikus operátorokra. Kompakt perturbációk és szuperlineáris konvergencia. Prekondicionálás. A Newton-Kantorovics módszer nemlineáris operátorokra Banach-térben. Csillapított és inezakt változat. Ritz–Galjorkin-féle projekciós módszerek lineáris és nem lineáris operátorokra.

Kötelező irodalom: -----

Ajánlott irodalom:

[Zeidler, E.](#): Nonlinear functional analysis and its applications I-III.  
Kantorovich, L.V., Akilov, G.P.: Functional Analysis

#### **MAT/272** Variációs számítás

*Szilágyi Tivadar – SZTKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás:

**MAT/273** Komplex sokaságok

*Szőke Róbert – SZRKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Komplex és majdnem komplex struktúrák sokaságokon, komplex fibrált nyálábok, vektornyálábok, Lie csoportok és transzformációcsoportok, kohomológia, Serre dualitás, faktor és részsokaságok, felfújás, Hopf, Grassmann, projektív algebrai sokaságok, Weierstrass előkészítési, osztási tétele, analitikus halmazok, Remmert Stein tétele, meromorf függvények, Siegel tétele, Levi kiterjesztési tétel, Chow tétel, racionális függvények.

Ajánlott irodalom: Klaus Fritzsche, Hans Grauert: From holomorphic functions to complex manifolds, Springer Verlag, 2002

K. Kodaira: Complex manifolds and deformations of complex structures, Springer Verlag, 2004

Huybrechts: Complex geometry: An introduction, Springer Verlag, 2004.

**MAT/274** Többváltozós komplex függvények

*Szőke Róbert – SZRKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hatványsorok, integrálformulák, kiterjesztési tételek, biholomorfizmusok, inhomogén Cauchy-Riemann egyenlet egy és többváltozóban, Dolbeault csoportok, holomorf konvexitás, polinomiális poliéderek.

Ajánlott irodalom:

1. Lars Hörmander: An introduction to complex analysis in several variables (North-Holland, 1990)

2. Takeo Ohsawa: Analysis of several complex variables (American Math. Society, Translations of Mathematical monographs vol. 211, 1998)

3. Szőke Róbert: Többváltozós komplex függvénytan (egyetemi jegyzet, Eötvös kiadó, 2003).

**MAT/275** Hibajavító kódok

*Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Korlátok a kód paramétereire. Lineáris, ciklikus kódok. Nevezetes példák (Hamming, BCH,  $oR$ , Reed-muller). Perfekt kódok, a Golay kódok.

Véletlen kódok, aszimptotikusan jó kódok (Forney féle konkatenált kódok, Justesen kódok).

Irodalom:

Gyorfí Laszlo, Győri Sandor, Vajda Istvan, Információ- és kódelmélet, Typotex, 2002

J. H. van Lint, Introduction to Coding theory, Springer, 1992

**MAT/276** Leszámlálások

*Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Generátorfüggvények és változataik. Szám- és halmazpartíciós problémák, azonosságok Stirling-számokra. Módszerek azonosságok bizonyítására: Snake Oil módszer, WZ párok, Gosper-Zeilberger algoritmus. Részbenrendezett halmazok és Möbius-függvényük. A Pólya--Redfield módszer.

### MAT/277 Szimmetrikus kombinatorikai struktúrák

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Projektív és affin síkok definíciója, tulajdonságai, kapcsolatuk ortogonális latin négyzetekkel. A páronként ortogonális latin négyzetek számára vonatkozó néhány eredmény (Erdős--Chowla--Straus)

Testre épített síkok és különböző reprezentációik. Projektív és affin terek.

Kombinatorikus kérdések: lefogó ponthalmazok projektív síkokon és testre épített affin terekben. De Bruijn--Erdős tétel, Steiner--rendszerek.

$t$ -( $v, k, \lambda$ ) blokkrendszerek. Megszorítások a paraméterek között. Fisher-egyenlőtlenség ( $t=2$ -re). Ferdén metsző rendszerek, négyzetes blokkrendszerek.

A Fisher-egyenlőtlenség kiterjesztése nagyobb  $t$ -re (Wilson és Petrenjuk). Lineáris algebrai módszerek, Oddtown-tétel, Hoffmann--Singleton tétel.

További nemlétezési tételek: a Bruck--Ryser-Chowla tétel és variánsai. Projektív síkok létezésével kapcsolatos kérdések.

A projektív terek hipersíkjai alkotta blokkrendszer karakterizálása (Dembowski-Wagner); a paraméterek nem definiálják a blokkrendszert egyértelműen (Kantor).

Biplane-ek ( $\lambda = 2$ ), Hadamard-mátrixok és Hadamard-féle blokkrendszerek ( $t=2$ ). Néhány példa, Paley-blokkrendszer  $PG_{n-1}(n, 2)$ .

Erősen reguláris gráfok: megszorítások a paraméterekre. Blokkrendszerek pont-gráfjai és erősen reguláris gráfok. Erősen reguláris gráfok módosítása: a "switching" (Seidel). Példák: a létra-gráf, a trianguláris gráf, stb.

Blokkrendszerek rekurzív konstrukciói: pont-reziduális és blokk-reziduális rendszer, bővítés. Hadamard 3-blokkrendszerek, affin síkok bővítése (Möbius-síkok).

Projektív síkok bővítése, általában négyzetes blokkrendszerek bővítése

(Cameron tétele). A Mathieu-csoportokhoz tartozó Witt-féle blokkrendszerek (vázlatos konstrukciója).

Aszimptotikus eredmények blokkrendszerek létezéséről (Wilson tétele, Teirlinck tétele a  $t > 5$  blokkrendszerek létezéséről). (Ezek biz. nélkül).

Differencia-halmazok és a Hall-féle multiplikátor-tétel.

irodalom

F. De Clerck, M. J. de Resmini: Symmetric structures, TEMPUS jegyzet, 1993

Szőnyi T.: Szimmetrikus struktúrák, oktatási segédanyag, 1997.

J. H. van Lint, R. Wilson: A course in combinatorics, Cambridge, 1992

### MAT/278 Válogatott fejezetek (Hibajavító kódok)

[Szőnyi Tamás – SZTKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kódok Csatornakódolás, kapacitás, Shannon alaptétele. Hibajavító kódok, nevezetes példák (

Hamming kódok, Reed--Solomon kódok, Reed--Muller kódok, BCH kódok).

Korlátok a kód paramétereire (pl. Hamming, Singleton, Griesmer). Véletlen kódok (Gilbert--Varshamov korlát, Forney féle konkatenált kódok), explicit aszimptotikusan jó kódok (Justesen). Perfekt kódok és kapcsolatuk blokkrendszerekkel. A Golay-kódok.

### MAT/279 Differenciátopológia III.

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kohomológia fogalma, csésze szorzat és relatív változata (antikommutativitás, felületre  $H^*(Ap)$ , Tor, Ext, Univerzális együttható formula, Künneth formula, kohomológikus Künneth f., De Rahm kohomol., rot grad div kapcsolata, sapka szorzat (Leibnitz formula), Poincaré dualitás, Thom osztály (multiplikativitás), szorzás duálisa a metszet, top. sokaság irányítása, fund. osztály, kompkt tartójú kohom., Poinc. dualitás peremes változat, Alexander dualitás, kiintegrálás,  $II_M C M \times M$  osztálya, Lefschetz tétel, Euler osztály ( $e(TM), [MJ] = X(M)$ ), karakterisztikus osztályok, Leray-Hirsch tétel, Euler oszt. = O-helye egy generikus szelésnek, Stiefel-Whitney osztályok, alk.-ok: im-

merzóra Whitney t. éles, szignatura kobord inv, Pontrj. tétel  $Mn$  perem  $\{=\} \setminus 7^wI[M] = O$ , Chern oszt és tuL, Pontrj. oszt, Pontrj számok, szignatura formula 8-dim.-ban, Gysin sorozat, Thom izomorfizmus (tetsz. nyalábra) , :l 7-dim. egzotikus gömb.

**MAT/280** Extraordinális kohomológiaelméletek

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/281** K-elmélet és kobordizmus

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/282** Sima leképezések globális tulajdonságai

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/283** Szingularitáselmélet

[Szűcs András – SZAKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/284** Topológia szeminárium

[Bognár Mátyás – BOMMAAE.ELTE](#)

[Császár Ákos – CSAMAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A tantárgy leírása: Az általános topológia modern eredményeinek feldolgozása és ismertetése kiválasztott dolgozatok segítségével és a szemináriumvezetők irányításával.

Ajánlott irodalom: Változó.

**MAT/285** Véletlen-struktúrák és alkalmazások

[T. Sós Vera – SOVPAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/286** Kémiai reakciók matematikai modelljei I. EA

[Fóth János – TOJLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/287** Matematikai modellek vizsgálata

[Fóth János – TOJLABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/288** Algoritmikus problémák pontrácsokon

[Uhrin Béla – UHBOAAI.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/289** Bonyolultságelmélet III.

oktató: [Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

[Varga Dániel – VADKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Veges automataok és kistaru ( $O(n)$ ) Turing-gepek, Hierarchia tetelek, PAD-elek, Sekely Boole-halozatok, Polinomialis hierarchia, PSPACE-teljes problemak, gyakorlofeladatok az eloadashoz.

**MAT/290** Transzformációcsoportok és szimmetrikus terek

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

A differenciálható hányadosterek, a homogén Riemann-terek. A lokálisan szimmetrikus terek jellemzése a görbületi tenzorral. Az összefüggő kompakt Lie-csoport, mint szimmetrikus tér. A szimmetrikus Riemann-tér izometria-csoportja, mint Lie-csoport. A Riemann-féle szimmetrikus hármastól történő konstrukció. Az exponenciális leképezés és a görbületi tenzor egzakt leírása a szimmetrikus térben. Totalgeodetikus részsokaságok és Lie-hármas-rendszerek. A rang értelmezése. A féligegyszerű szimmetrikus Riemann-terek osztályozása. Az irreducibilis szimmetrikus terek.

Ajánlott irodalom:

- 1) S. Helgason: Differential geometry, Lie groups, and symmetric spaces. Academic Press, New York, 1978.
- 2) J. Cheeger, D. Ebin: Comparison theorems in Riemannian geometry. North Holland, Amsterdam, 1975.

**MAT/291** A 3D grafika geometriai alapjai

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Az alakzatok vetületeinek előállítására a hagyományos ábrázoló geometriai módszerekkel. Az euklideszi tér affin transzformációinak analitikus leírása. A projektív tér kollineációinak leírása homogén koordinátákkal. A számítógépes grafikában a parallel és centrális vetítések leírásához felhasznált koordináta-rendszerek. A merev test pozíciójának megadása (az alap koordináta-rendszerben).

Színelméleti alapfogalmak. A három alapszín, a fénynyalábhoz rendelt  $r$ ,  $g$ ,  $b$  koordináták értelmezése. Az árnyaláshoz tartozó geometriai és fotometriai fogalmak, a felületelem adott irányhoz tartozó radianciája. A fotometria alapképlete. A fényforrásra vonatkozó fogalmak: teljes fluxus, fényerősség. A fényforrással megvilágított felület adott irányú radianciájának meghatározása a Phong-féle módszerrel.

A raszteres kép digitális leírása. Egyszerűsített kalkuláció egy pixel fényerősségeinek a meghatározására. Árnyalt kép létrehozása a fény sugar-követő módszerrel. A tesszellált határfelületű testekre alkalmazott Phong-féle árnyalás és a Gouraud-féle árnyalás.

Ajánlott irodalom:

- 1) J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes: Computer Graphics, Principles and Practice. Addison-Wesley, Bonn, 1990.
- 2) Szirmay-Kalos László, Antal György, Csonka Ferenc: Háromdimenziós grafika, animáció és játékfejlesztés. Computerbooks, Budapest, 2003.

**MAT/292** Geometriai modellezés

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Alapvető modellezési eljárások. A drótváz-modell és a határfelület-modell. A testek határoló felületeinek leírása kétváltozós vektorfüggvénnyel és implicit egyenlettel. A konstruktív tömörtest geometria.

Interpolációs görbeillesztés adott pontsorozathoz. Az Hermite-féle harmadfokú görbeivék alkalmazása. Az egyváltozós polinomialis spline függvények.

Approximációs görbeillesztés a kontrollpontokhoz. A Bernstein-féle polinomok, mint súlyfüggvények. A Bézier-féle görbeiv. A de Casteljau-algoritmus. Az adott számsorozathoz illő  $B$ -spline függvények meghatározása a Cox-de Boor-

féle algoritmussal. A racionális  $B$ -spline görbék, a kontrollpontokhoz rendelt súlyok alkalmazása. Harmadfokú  $B$ -spline görbevek másodrendben sima csatlakozása, a csatolási együtthatók szerepe. Interpolációs felületillesztés egy kétindexes pontsorozathoz az Hermite-féle bikubikus felületdarabok alkalmazásával. Approximációs felülettervezés. A Bézier-féle felület-darabok és a  $B$ -spline felületek értelmezése. A racionális  $B$ -spline felületek. A felület-darabok elsőrendben (és másodrendben) sima csatlakozása.

Ajánlott irodalom:

- 1) G. Farin: Curves and surfaces for computer aided geometric design. Academic Press, New York, 1988.
- 2) I. D. Faux, M. S. Pratt: Computational geometry for design and manufacture. Ellis Horwood, New York, 1979.

#### **MAT/293** Matematikatörténet

[Vesztergombi Katalin – VEKMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

#### **MAT/294** Diszkrét matematikai modellek

[Vesztergombi Katalin – VEKMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
Hiányzó leírás.

#### **MAT/295** Az utazóügynök feladat

~~[Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE](#)~~

~~6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető~~

~~Az utazó ügynök feladat a kombinatorika és operációkutatás határterületén lévő probléma, ami nagyon különböző területeken alkalmazható. Ezért az előadásban először a gyakorlati alkalmazásokat tekintjük át. A feladatnak mintegy 10 különböző matematikai modellje van. A legismertebb a Dantzig-Fulkerson-Johnson-model, aminek magának is két alakja ismert. A tárgy második részében a matematikai modellek kerülnek ismertetésre. Nagyszerű feladatok megoldásához szükség van heurisztikus módszerekre. Ez a tárgya az előadások harmadik blokkjának. Igazán nagyszerű feladatok ma vago sikos módszerrel oldhatók meg. Ehhez ismerni kell a TSP-polyéder lapjait. A lapok egyes csoportjait kombinatorikus tettek írják le. Ez a tárgya a negyedik blokknak. Végül a numerikus megoldás problemaival fejezzük be a feleletet. Irodalom: 1. Vizvári Béla: Operációkutatási modellek, Typotex 2009. 2. Appelgate, D., Bixby, R., Chvátal, V., Cook, W.: Implementing the Dantzig-Fulkerson-Johnson Algorithm for Large Traveling Salesman Problems, Mathematical Programming. 3. Reinelt, G., The Traveling-Salesman, LNCS 840, Springer, 1994.~~

#### **MAT/296** Egészértékű programozás II.

[Király Tamás – KITEAGT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Sperner rendszerek, egyenlőtlenségekkel definiált bináris ponthalmazok. Rácsok, bázis-redukció. Fix-dimenziós egészértékű programozási feladat megoldása polinom időben. Az ellipszoid módszer, szeparáció és optimalizálás ekvivalenciája. A Balas-féle Korlátozás és vágás módszere. Vágások az utazó ügynök feladatra. LP alapú közelítő algoritmusok.

Kötelező irodalom:

Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

Király Tamás és Szegő László; Kiegészítés az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005

**MAT/297** Folytonos optimalizálás szeminárium

Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A témakör egyes fejezeteit fogjuk feldolgozni és az újabb fejleményeket követni, hallgatók és meghívott előadók előadásával.

**MAT/298** Gazdasági matematika

Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A Gazdasági matematika tárgy mindig a legfrissebb szakirodalmat dolgozza fel, ahol olyan közgazdasági elemzések szerepelnek, amelyek melyebb matematikai eszközöket igényelnek. Irodalom: Cikk a legfrissebb szakirodalomból.

**MAT/299** Mikro gazdaságtan

Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Kereslet és kínálat; termelési függvény, Cobb-Douglas és Leontief technológia, a profitmaximalizálás gyenge axiómája, optimalitási feltételek; a költség minimalizálása; Hotelling lemma, LeChatelier elv; költségfüggvények; profit és költség viszonya; fogyasztói preferencia, hasznossági függvény, Marshall és Hicks keresleti függvénye, Roy azonosság; fogyasztói magatartás és kereslet, Engel görbe, Slutsky egyenlet; a versengő piac, adók hatása.

Kötelező irodalom: Hal R. Varian, Microeconomic Analysis, 3. kiadás, Norton, 1992, New York.

Ajánlott irodalom: Hal R. Varian, Mikro gazdaságtan, Aula Kiadó

**MAT/300** Piacok elemzése

Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Aktuális, konkrét piacok (pl. nagybani élelmiszer, villamosenergia, búza és kukorica világpiaca) leírása, elemzése; ár rugalmasságok, ár rugalmasságokra épülő piaci modellek, ár rugalmasságok számítása konkrét adatokon; dinamikus modellek, trajektóriák lineáris és nemlineáris esetben; attraktor Ljapunov exponens, fraktálok, káosz, a Ljapunov exponens és a fraktál dimenzió mérése számítógépen.

**MAT/301** Termelésirányítás

Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A termelés mint fizikai és információs folyamat, a termelésirányítás kapcsolatai a vállalaton belül, Harris formula, sorozatnagyság meghatározása: Wagner-Within modell és általánosításai, szerelőszalag kiegyensúlyozása, rugalmas gyártó rendszerek ütemezése, csoportos technológia, MRP és JIT rendszerek.

Kötelező irodalom:

Vizvári Béla, Bevezetés a termelésirányítás matematikai elméletébe, ELTE, 1994

**MAT/302** Vállalat gazdaságtan és logisztika

Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A monopólium, Lerner index, termék választás: horizontális differenciálás, hirdetés és szolgáltatás hatása, vertikális differenciálás, árdiszkrimináció, vertikális irányítás Bertrand paradoxon, ismételt játékok, árverseny, hallgatólagos összejárás, K+F szerepe a versenyben.

Ajánlott irodalom: Jean Tirole, The Theory of Industrial Organization, The MIT Press, Cambridge, 1997.

**MAT/303** Válogatott fejezetek a matematika ismeretelméleti problémáiból

[Vizvári Béla – VIBKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Aktuális, konkrét piacok (pl. nagybani élelmiszer, villamosenergia, búza és kukorica világpiaça) leírása, elemzése; árrugalmasságok, árrugalmasságokra épülő piaci modellek, árrugalmasságok számítása konkrét adatokon; dinamikus modellek, trajektóriák lineáris és nemlineáris esetben; attraktor Ljapunov exponens, fraktálok, káosz, a Ljapunov exponens és a fraktál dimenzió mérése számítógépen.

**MAT/304** Környezeti adatok statisztikai elemzése

[Zempléni András – ZEAKAAT.ELTE](#)

[Márkus László – MALKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A témához kapcsolódó modern modellek szakirodalmának feldolgozása szemináriumi formában. A legfrissebb cikkekből válogatunk az alábbi témákban: idősoros, térbeli modellek, Markov-modellek. Többdimenziós struktúrák (kopulák) becslése, tesztelése. Szimulációs technikák (bootstrap, Markov lánc Monte Carlo módszerek). A módszerek programozása R nyelven, alkalmazásuk valódi és szimulált adatokra.

**MAT/305** Mátrixanalízis

[Petz Dénes – PEDOAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/306** Indukált unitér ábrázolások

[Kristóf János - KRJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Radon-mérték faktorizációja lokálisan kompakt csoporton; Bruhat-féle keresztmetszet-függvény létezése; invariáns, relatív invariáns és kváziinvariáns Radon-mértékek létezése és egyértelműsége mellékosztály-tereken; indukált lineáris ábrázolások; a Mackey-féle skalárszorás és az indukált unitér ábrázolások; példák indukált unitér ábrázolásokra; az irreducibilitás tétele; Frobenius-féle reciprocitási tétel; az unitér ekvivalencia tétele; imprimitivitás-rendszerek; Mackey-féle imprimitivitás-tétel; Mackey reprezentációs tétele; az indukált unitér ábrázolások alternatív alakja; az aritmetikai Poincaré-csoport univerzális fedőcsoportjának irreducibilis folytonos unitér ábrázolásai

**MAT/307** Hitelkockázat 1.

[Gerencsér László – GELLAAE.ELTE](#)

[Rásonyi Miklós – ELTE.EHA](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kamatelmélet alapfogalmai. Hitelkockázati swap (CDS) ügyletek.

Strukturális modellek. Pontfolyamatok. Fedezeti ügyletek. Kalibráció: maximum likelihood.

**MAT/308** Abszolútumok

[Császár Ákos – CSAMAAE.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

EDC terek. Abszolútumok: olyan EDC terek, amelyek bizonyos tulajdonságu lekepezések általi kepeket minden (Hausdorff) topologikus ter eloallithato.

**MAT/309** Komplex dinamika II.

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető



Siegel körök. Cremer pontok. Herman gyűrűk. Racionális törtfüggvények Fatou komponenseinek dinamikája Kritikusan véges leképezések. Polinomok zérushelyeinek keresése iterációval. A Mandelbrot halmaz.

**MAT/310** Moduláris formák

[Tóth Árpád – TOALAJT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető Ruziewicz azt sejtette, hogy  $S^2$ -n, és általában,  $S^n$ -en,  $n > 1$  esetén a Lebesgue mérték konstans erejéig az egyetlen végesen additív, elforgatás invariáns halmazfüggvény a Lebesgue mérhető halmazokon. A sejtést először Margulis és Sullivan igazolta  $n > 3$ -re, majd Drinfeld  $n = 2$  és 3-ra.

A kurzus célja ennek a témának a körüljárása, a bizonyításhoz felhasznált eszközök bemutatása. A hangsúly a Lie-csoportok, a reprezentáció-elmélet, és a funkcionálanalízis néhány absztrakt definíciójának és tételének vizsgálata és megértése konkrét helyzetekben.

**MAT/311** Válogatott fejezetek a gráfelméletből

[Lovász László – LOLKAAT.ELTE](#)

[Vesztegombi Katalin – VEKMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/312** Character theory of finite groups

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Group representations, the group algebra. Schur's lemma. Maschke's theorem. Wedderburn's theorem on semisimple algebras. Irreducible and completely reducible representations. Characters. The orthogonality relations. Determination of center, commutator subgroup, normal subgroups from the character table. Algebraic integers. Burnside's  $p^a q^b$  theorem. Theorems on character degrees. Products of characters. Induced representations and characters. M-groups, Taketa's theorem. Frobenius groups. Frobenius' theorem on Frobenius kernels. TI-sets and exceptional characters. Characterizations of groups by 2-Sylow subgroups and centralizers of involutions. Normal subgroups. Clifford's Theorem Irodalom: I. Martin Isaacs: Character Theory of Finite Groups.

**MAT/313** Geometric graph theory

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

[Vesztegombi Katalin – VEKMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Introduction: a survey of spectra of graphs. Unit distance graphs. Bounds on the number of edges and on the chromatic number. Planar graphs, straight line drawing. Polyhedra and planarity, Steinitz's Theorem. Rubber band representation, Tutte's method for drawing planar graphs. Applications of rubber band representations to non-planar graphs; connectivity testing. Touching circle representations. Koebe's and Andre'ev's theorems. Applications to planar separators and bisections. Orthogonal representations. Applications to Shannon capacity and perfect graphs. The Colin de Verdiere number of a graph. Van der Holst's Lemma and characterizing planar graphs.

**MAT/314** Algebrai és valószínűségi módszerek a gráfelméletben

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A gráfelméletben alkalmazott legfontosabb módszerek a matematika más területeiről, elsősorban algebrából és valószínűségelméletből. Fő témák: Lineáris algebrai módszerek, gráfok sajátértékei; bolyongások gráfokon, elérési, fedési és keverési idő; expander és extraktor gráfok; erősen szimmetrikus gráfok; véletlen gráfok növekedése.

**MAT/315** Interaktív bizonyítások

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, kötelezően választható, nem ismételhető

Interaktív bizonyítási rendszerek és Artúr-Merlin osztályok. A két modell kapcsolata. Interaktív bizonyítások néhány nevezetes problémára (gráfizomorfia, permanens, ...).  $IP=PSPACE$ . Több résztvevős bizonyítások,  $MIP=NEXP$ , NP jellemzése. Zero-knowledge bizonyítások, példák. Fiat-Shamir protokoll, kapcsolatok a kriptográfiával. Tökéletes, statisztikus és számítási zero-knowledge bizonyítások. Csaló ellenőrök.

**MAT/316** Gráfok és algebrák II.

[Fried Ervin – FREKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A duális diszkriminátorhoz kapcsolódó univerzális algebrai ismeretek, valamint olyan gráfok tárgyalása, amelyek generálta varietásban a részvarietások kontinuumnyi sokan vannak.

**MAT/317** Invariánselmélet

[Domokos Mátvás - DOMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kurzus bevezetés az invariánselmélet nevezetes problémáiba, módszereibe, eredményeibe és alkalmazásaiba. Tárgyalt problémák: véges csoportok polinominvariánsai, klasszikus csoportok vektorinvariánsai, binér formák invariánsai, alkalmazások (pl. az algebrai geometriában, kombinatorikában, kódelméletben), nyitott problémák.

**MAT/318** Véges egyszerű csoportok

[Pelikán József - PEJKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az előadás a véges egyszerű csoportok  $16+1$  végtelen sorozatát és a 26 sporadikus egyszerű csoportot ismerteti, sokuk esetében az egyszerűség részletes bizonyításával. Végtelen egyszerű csoportokra is megvizsgálunk néhány nevezetes példát.

**MAT/319** Bevezetés a funkcionálanalízisbe

[Czách László – CZLMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A funkcionálanalízis alapvető terei. Normált, Banach- ill. Hilbert-terek közötti operátorok.

**MAT/320** Spektrálszintézis Abel-csoportokon

[Laczkovich Miklós - LAMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kurzus bevezetést nyújt a harmonikus analízis egy nevezetes fejezetébe, amelynek centrális tétele azt állítja, hogy a számegyenesen értelmezett komplex értékű folytonos függvények terében érvényes a spektrálszintézis. A kurzus célja e fontos tétel bizonyítása, majd e tétel lehetséges általánosításainak vizsgálata a diszkrét Abel-csoportok körében.

**MAT/321** Intervallumrendszerek kombinatorikája

[Gyárfás András – GYALAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiányzó leírás.

**MAT/322** Hitelkockázat 2.

[Gerencsér László – GELLAAE.ELTE](#)

[Rásonyi Miklós – ELTE.EHA](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető  
CDS forward ügyletek és opciók. Árazás strukturális modellekben.  
Kötvénycsomagok, indexek, tranche-ok. Kalibráció: kopulák, ritkítás. Feedback folyamatok.

**MAT/323** Bevezetés a véges geometriába

[Sziklai Péter – SZPKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A kurzus véges testekre épített geometriákba nyújt gyorsított bevezetést. Felvázoljuk az elméleti alapokat (affin, projektív geometriák, véges testek, polinomok, algebrai görbék), elsősorban az algebrai módszerekre koncentrálunk. Sok megoldatlan kutatási problémát mutatunk be/járunk körül.

Ajánlott irodalom: 1) Kiss György, Szőnyi Tamás: *Véges geometriák*, Polygon Kiadó, Szeged, 2001.

2) Hirschfeld, J.W.P.: *Projective Geometries over Finite Fields*, 2nd edition, Clarendon Press, Oxford, 1999.

3) Hirschfeld, J.W.P.: *Finite Projective Spaces of Three Dimensions*, Clarendon Press, Oxford, 1985..

**MAT/324** Konvex testek térfogatáról

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

3 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A tárgy célja annak az alapvető kérdésnek a tárgyalása, hogy hogyan számítjuk ki egy magas dimenziós konvex test térfogatát. Áttekintjük a konvex testek térfogatára vonatkozó legfontosabb tételeket (pl. Brunn-Minkowski egyenlőtlenség).

Megmutatjuk a pontos kiszámítás nehézségét, és leírjuk a térfogat közelítő kiszámítására szolgáló randomizált polinomiális idejű algoritmust. Az algoritmus elemzéséhez megismerkedünk a matematika több ágához tartozó eredményekkel: a Markov-lánc-Monte-Carlo módszerrel, a logkonkáv függvények elméletével, konvex testek izoperimétrális problémáival, és a hőterjedésre vonatkozó Poincaré egyenlőtlenség diszkrét formájával.

**MAT/325** Nemlineáris parciális differenciálegyenletek II.

[Simon László – SILKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hiperbolikus és parabolikus egyenletekre vonatkozó vegyes feladat klasszikus megoldásának létezése. Nemlineáris elliptikus egyenletek vizsgálata a pszeudomonoton operátorok elméletével. Elliptikus variációs egyenlőtlenségek. Nemlineáris evolúciós egyenletek vizsgálata a pszeudomonoton operátorok segítségével

**MAT/326** Válogatott fejezetek a dinamikai rendszerek elméletéből

[Szász Domokos – EHA.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az utóbbi 20-30 év egyik --- számos tudományt is érintő --- izgalmas témája a káosz volt. Matematikailag ez egyszerűen megadható, de technikailag csak igényesen kezelhető alacsony dimenziós leképezések sztochasztikus viselkedésének megértését követelte (jelesül az 1D logisztikus, vagy a 2D Hénon, vagy a 3D Lorenz leképezéscsaládok). Céлом minél egyszerűbb példák, paradigmák keresztül megmutatni a kapcsolódó látványos eredmények hátterét. Előkészítésül kb. 2 órában összefoglalom a korábbi Ergodelmélet és Dinamikai Rendszerek kurzus legfőbb szükséges eszközeit, utána a matematika számos ágában is jól alkalmazható szubadditív és multiplikatív ergodtéttel, majd a dinamikáknál alapvető Lyapunov-exponensek bevezetésével foglalkozom. Ezután kerülnek sorra az említett paradigmák. Tervezem olyan modell tárgyalását is, amely polinomiális korreláció lecsengést mutat, ami szoros kapcsolatban van az igen érdekes jelenségekben (internet, tőzsde, ...) megjelenő önhasonló folyamatokhoz, mint pl. a frakcionális Brown-mozgás.

A heti 2 órás kurzus különlegessége, hogy heti 2 órás gyakorlatot is tart hozzá Dr. Bálint Péter adjunktus.

**MAT/ 327** Elliptikus görbék

[Szamuely Tamás – SZTKAKT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Mordell-Weil-tétel, Hasse-Weil-tétel, primfelbontás elliptikus görbékkel, Birch és Swinnerton-Dyer sejtése.

**MAT/328** Differenciálszámítás normált terekben

[Czách László – CZLMAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Folytonos lineáris és multilineáris leképezések, Frechet-derivált, irány menti és parciális derivált, az inverz függvény tétel és alkalmazásai, magasabb rendű deriváltak, Taylor-formula, függvények szélső értékei,  $\mathbb{R}^n$ -ben értelmezett függvények.

**MAT/329** Additív kombinatorika

[Hegyhári Norbert – HENKAAF.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az additív kombinatorika manapság intenzíven kutatott terület (vezető kutatói: Green, Tao, Bourgain, Ruzsa, Sárközy és mások). A téma fő kérdésköre: Algebrai struktúrákban az összeg-, különbség-, szorzathalmazok szerkezete illetve elemszáma. A vizsgálat eszközei nagyon változatosak: kombinatorikus és algebrai módszerek, Fourier analízis stb. Az előadások fő célja a témában az utóbbi 20 évben elért legfontosabb eredmények ismertetése.

**MAT/330** Polinombecslések

[Kós Géza – KOGKABLELTE](#)

2 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Polinomok együtthatóinak, értékeinek, gyökeinek eloszlásával kapcsolatos régi és újabb problémákat vizsgálunk, részben Prasolov Polinomok című könyve alapján.

**MAT/ 331** Brauer csoportok

[Szamuely Tamás – SZTKAKT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Centrális egyszerű algebrák, Galois-leszállás, nemkommutatív  $H^1$ . A Galois-kohomológia alapjai, kohomologikus Brauer-csoport. Kohomologikus dimenzió,  $C_1$ -testek. Alkalmazások: Invariáns-testek racionalitása. Lokális osztálytestelmélet, Hilbert-szimbólum.

Ajánlott irodalom:

P. Gille – T. Szamuely: Central Simple Algebras and Galois-cohomology, Cambridge 2006.

**MAT/332** Forszolás

[Csirmaz László – CSLLAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A halmazelmélet ZFC axiómái; tranzitív modellek; osztálymodellek. Gödel operációk, konstruálható halmazok. Forszolás, kényszerképzet. Kényszerképzetek kombinatorikus tulajdonságai és a forszolt modellben igaz állítások kapcsolata. A kontinuumhipotézis tagadása. Martin axiómája, annak következményei. A kiválasztási axióma függetlensége.

**MAT/333** Halmazelmélet és valós függvénytan

[Elekes Márton – ELMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Halmazelméleti módszerek (kontinuum-hipotézis, egyéb axiómák, forszolás,  $V=L$ ) alkalmazása a valós számok és a valós függvénytan témakörében. Függetlenségi eredmények (tehát eldönthetetlen állítások), abszolútsági tételek (tehát bizonyos állítások biztosan eldönthetőek, még ha nem is tudjuk őket eldönteni).

### **MAT/334** Perkolációelmélet

[Tóth Bálint – TOBNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

- o A prekoláció jelensége, véletlen gráfok geometriája, fázisátmenet.
- o Elemi eszközök: Harris egyenlőtlenség (FKG egyenlőtlenség) és a kritikus valószínűség ( $p_c$ ) legegyszerűbb becslései.
- o Végtelen klaszterek száma (unicitási tétel: Aizenman-Kesten, Burton-Keane). A perkolációs valószínűség folytonossága  $p_c$  felett.
- o További eszközök: Russo formula, van den Berg-Kesten egyenlőtlenség.
- o Szubkritikus tartomány: fűrt méret eloszlásának exponenciális lecsengése és a fázisátmenet „élessége” (Aizenman-Barsky és Menshikov tételei).
- o Két dimenzió 1. : Gráfok topológikus dualitása, Sykes-Essam sejtés, Russo-Seymour-Welsh tétel.
- o Két dimenzió 2.: Kesten és Russo tételei:  $p_c + p^*_c = 1$
- o Két dimenzió 3.: Kritikus perkoláció konform-invarianciája, Cardy formula, Smirnov tétele, SLE.
- o Kitekintés.

Irodalom:

1. G. Grimmett: Percolation (2nd edition), Springer 1999
2. H. Kesten: Percolation Theory for Mathematicians, Birkhäuser 1982
3. Tóth Bálint: Perkoláció -- kéziratok jegyzet, <http://math.bme.hu/~balint>
4. cikkek

### **MAT/335** Geometriai analízis szeminárium

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

[Szőke Róbert – SZRKAAT.ELTE](#)

[Tóth Árpád – TOALAJT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételtető

A geometria és az analízis együttműködése a modern matematika egyik legaktívabb területe. Ezen sokirányú kapcsolatokból adunk ízelítőt feladatsorokon keresztül. Általános elmélet helyett konkrét, a lényegét megvilágító példákra helyezzük a hangsúlyt, Így különösebb előismeretet nem tételezünk fel.

### **MAT/336** Gráfok és szerkezetek merevségének kombinatorikus vizsgálata

[Jordán Tibor – JOTKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

Áttekintjük a kombinatorikus merevségi vizsgálatok alapvető eredményeit: elsősorban a rúd-csukló szerkezetek két- és háromdimenziós generikus merevségi és globális merevségi tulajdonságait vizsgáljuk, de kitérünk test-rúd és test-zsanér szerkezetekre és nem generikus realizációkra is. Bevezetjük a merevségi matroidokat és az algoritmikus következményeket is tárgyaljuk. A témakör nyitott kérdéseit és az eredmények potenciális alkalmazásait is vizsgáljuk.

### **MAT/337** Parciális differenciálegyenletek irányításelmélete

[Komornik Vilmos – EHA.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételtető

- véges dimenziós lineáris rendszerek megfigyelhetősége, irányíthatósága és stabilizációja
- rezgő testek mozgásának teljes leírása a határuk menti viselkedés megfigyelése alapján: a multiplikátor módszer és a Fourier-sorok módszere
- rezgő testek mozgásának teljes irányíthatósága a határukon való kontroll segítségével: a Lions -féle "Hilbert unicitási módszer"
- rezgő testek mozgásának exponenciális csillapítása a határukon alkalmazott feedback kontroll segítségével: multiplikátorok és Ljapunov-függvények

Irodalom:

Komornik V., Lineáris parciális differenciálegyenletek irányításelmélete,

Matematikai Lapok 5 (1995) 1--2, 28--52, megjelent 2000-ben.

V. Komornik, Exact Controllability and Stabilization. The Multiplier Method, Collection RMA, vol. 36, Masson-John Wiley, Paris-Chicester, 1994.

V. Komornik, P. Loreti, Fourier Series in Control Theory, Springer-Verlag, New York, 2005.

**MAT/338** A kanonikus felcserélési reláció algebrája

[Petz Dénes – PEDOAAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A Heisenberg-féle felcserélési reláció  $pq-qp=iI$ , ami könnyen láthatóan nem elégíthető ki mátrixokkal, sőt még korlátos operátorokkal sem. Egy lehetőség a könnyebb tárgyalásra az, hogy áttérünk az önadjungált  $p$  és  $q$  által generált egyparaméteres unitér csoportokra:  $U(t)=\exp(itp)$  és  $V(t)=\exp(itq)$ . Ilyen unitér csoportokkal van meghatározva a kanonikus felcserélési reláció algebrája, a CCR-algebra.

A kurzus bevezetést ad a  $C^*$ -algebrák elméletébe és ezután a CCR-algebra tárgyalása következik. Mivel az algebra Fock-reprezentációja nemkorlátos operátorokat is előhoz, ezekről is szó esik. Az algebra Gauss-állapotai a normális eloszlásokra emlékeztetnek, azért mert maximalizálják az entrópiát a második momentum rögzítése mellett, és központi határeloszlás tétellel is előállnak.

A funkcionálanalízis és valószínűségszámítás tárgyak alapjaira szükség van.

**MAT/339** Additív Kombinatorika

[Hegyhári Norbert – HENKAAF.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az előadás Terence Tao és Van Vu „Additive Combinatorics” c.

nemrég megjelent könyvének két fejezetén alapul, számos kiegészítéssel, kapcsolódó témákkal. Az I. félévében az „Összehalmazok” fejezetet, ill. az ehhez kapcsolódó kérdéseket vizsgáljuk. Összehalmazon (különbség-, szorzat- stb. halmazon) a szokásos  $A+B:=\{a+b\}$  ( $A-B:=\{a-b\}$  stb.) halmazt értjük. A tipikus kérdés az, hogy milyen viszonyban vannak e halmazok elemszámai egymással, ill. néhány inverz kérdés; az elemszám ismeretéből mire lehet következtetni a halmazokra vonatkozóan. E kérdések és válaszok meglepő módon kapcsolatban vannak más megoldatlan kérdésekkel, mint pl. a Kakeya sejtés. A tematika a következő: Néhány inverz kérdés. További tételek a Cauchy-Davenport lemma ekvivalens formáival kapcsolatban.

Összehalmazon bevezetett távolság, alapvető tulajdonságok; háromszög-egyenlőtlenség. További tételek az additív reprezentációs függvény és momentumaival kapcsolatban. Additív energia. Néhány ezzel kapcsolatos összegkülönbség halmaz elemszámára vonatkozó becslés. A háromszög-egyenlőtlenség egy általánosabb formája; Freiman két problémájáról.

A távolság függvényre vonatkozó további tételek. Kapcsolat összehalmaz, különbség-halmaz elemszámai között. Halmazok „duplázójának” ( $\text{Dbl}(A)$ ) vizsgálata. Tételek additív és halmaz műveletek és a  $\text{DBI}(\cdot)$  közötti kapcsolatra. További becslések a duplázó, a távolságfüggvény és az additív energiára vonatkozó tételek segítségével. Ruzsa tételei. Plünnecke-Ruzsa tétel. „Statisztikus Plünnecke-Ruzsa tétel”. Additív halmazok gráfokon. Katz-Tao tétel és kapcsolata a Kakeya sejtéssel. Néhány megjegyzés a nem kommutatív esetre vonatkozóan.

**MAT/340** Halmazelmélet szeminárium

[Böröczky Károly – BOKKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Halmazelmélet és általános topológia osztálya heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadókkal. Hetente változó téma, általában angolul.

**MAT/341** Algoritmikus kérdések a bioinformatikában

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Halmazelmélet és általános topológia osztálya heti szemináriuma a legfrissebb kutatási eredményekről, meghívott külföldi és magyar előadókkal. Hetente változó téma, általában angolul.

**MAT/342** Geometriai mértékelmélet

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

Hausdorff mérték, energiaintegrál és kapacitás. Szorzat dimenziója. Vetítési tételek.

Vitali és Besicovitch fedési tételei. Mértékek differenciálása.

Takeya probléma, Besicovitch halmaz, Nikodym halmaz.

Dini deriváltak. Kontingenciatétel. Denjoy–Young–Saks-tétel.

**MAT/343** Geometriai mértékelmélet

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hausdorff mérték, energiaintegrál és kapacitás. Szorzat dimenziója. Vetítési tételek.

Vitali és Besicovitch fedési tételei. Mértékek differenciálása.

Takeya probléma, Besicovitch halmaz, Nikodym halmaz.

Dini deriváltak. Kontingenciatétel. Denjoy–Young–Saks-tétel.

**MAT/344** Leíró halmazelmélet szeminárium

[Laczkovich Miklós - LAMKAAT.ELTE](#)

[Komjáth Péter – KOPKAAT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, ismételhető

A szeminárium célja részben a leíró halmazelmélet klasszikus eredményeinek (Borel, projektív halmazok tulajdonságai), részben a halmazelméleti és valós függvénytan kapcsolódásainak feldolgozása, részben kutatások indítása és koordinálása.

**MAT/345** Leíró halmazelmélet

[Laczkovich Miklós - LAMKAAT.ELTE](#)

9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Általános topológiai alapok. A Baire-tulajdonság. A kategória-tétel. Tipikus folytonos függvények. Borel-halmazok és transzfinit osztályozásuk. A Baire-fele függvényosztályok. Szuszlin-operáció. Analitikus és ko-analitikus halmazok. Projektív halmazok.

**MAT/346** Leíró halmazelmélet

[Laczkovich Miklós - LAMKAAT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

Általános topológiai alapok. A Baire-tulajdonság. A kategória-tétel. Tipikus folytonos függvények. Borel-halmazok és transzfinit osztályozásuk. A Baire-fele függvényosztályok. Szuszlin-operáció. Analitikus és ko-analitikus halmazok. Projektív halmazok.

**MAT/347** Dinamikai rendszerek

[Buczolich Zoltán – BUZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Kontrakciók, fixponttétel. Példák dinamikus rendszerekre. Newton-módszer, intervallum

leképezések, kvadratikus függvénycsalád, differenciálegyenletek, a kör forgatásai. Grafikus

analízis. Hiperbolikus fixpontok. Cantor halmazok mint taszító hiperbolikus halmazok,

szimbólumsorozatok tere, mint metrikus tér. Szimbolikus dinamika és kódolás. Topologikus

transzitivitás, a kezdeti értékektől való érzékeny függés, káosz/kaotikus leképezések, strukturális stabilitás, káosz és három szerint periodikus pontok. Schwarz derivált.

Bifurkációelmélet. Periódus kettőzés.

**MAT/348** Komplex dinamika

[Halász Gábor – HAGKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Julia és Fatou

Leau-Fatou tétele. Cremer pontok és Siegel körök. Holomorf fixpont formula.

A Julia halmaz sűrű részhalmazai. Herman gyűrűk. Vándorló tartományok.

Polinomok iterációja. A Mandelbrot halmaz. Gyökkeresés iterációkkal.

Hiperbolikus leképezések. Lokális összefüggőség vizsgálata.

A tárgy célja kettős. Egyrészt viszonylag elemi módszerekkel alapos leírást ad a komplex dinamika jelenségeiből, másrészt alapot kíván nyújtani azoknak, akik alaposabban szeretnék a matematikának ebbe a területébe belemerülni, amely terület több képviselője is Fields érmet kapott.

**MAT/349** Algoritmikus kérdések a bioinformatikában

[Grolmusz Vince – GRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A tárgy a bioinformatika algoritmikus világába nyújt bevezetést. A

tárgy célja, hogy a hallgatók megismerjék a bioinformatika különböző területein jelentkező elméleti problémákat és matematikai modelleket.

A félév során számos ilyen problémát vizsgálunk algoritmikus

szempontból: áttekintjük az irodalomban szereplő alapvető

algoritmusokat, közelítő algoritmusokat és bonyolultsági eredményeket.

A tárgy elsajátításához biológiai előismeretek nem szükségesek.

Főbb témakörök: mintaillesztés, szekvenciaillesztés, fizikai

feltérképezés, DNS-szekventálás algoritmikus kérdései,

blokkátrendeződések, evolúciós fák, haplotípus-meghatározás,

térszerkezet-előrejelzés.

**MAT/350** Additív Kombinatorika II.

[Hegyvári Norbert – HENKAAF.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Fourier módszer additív kérdések vizsgálatára

A félév kommutatív csoportokon (később véges testeken) felvetett problémák Fourier analízis segítségével történő megközelítéséről szól.

A félév az említett Tao-Vu könyv megfelelő fejezetén alapul, számos egyéb tétel vizsgálatával kiegészítve.

1-3. hét: További fogalmak a harmonikus analízisben; bilineáris

forma, ortogonalitási tulajdonság, a Fourier inverziós formula. A

kétféle konvolúció és FT-ja. FT és  $L_p$  norma. Kapcsolata additív

problémákkal. Négyzetszámok számtani sorozatokban, Rudin sejtés.

4-6. hét: Additív energia és a halmazfüggvény FT-jának normája. Néhány

példa additív kérdés Fourier módszerrel történő kezelésére

„Határozatlansági reláció”, egy erősebb határozatlansági reláció és

kapcsolata a Cauchy-Davenport lemmával.

7-9. hét: Halberstam, Green, Freiman, Ruzsa, Sárközy, tételei.

Számtani sorozatok összeghalmazokban. Összeg-sorzat tételek.

10-12. hét: Bohr halmaz. Bogolyubov, Folner tételek és kapcsolataik

difference és iterált difference halmazokkal.

Additív halmaz spektruma. Kapcsolata additív halmazokkal.

**MAT/351** Algebrai geometria

[Szamuely Tamás – SZTKAKT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Operátor-félcsoportok rövid áttekintése; Analitikus félcsoportok, szektorális operátorok; Dunford függvénykalkulus;  $H_\infty$ -függvénykalkulus; bevezető Banach tér interpoláció; inhomogén differenciálegyenletek; maximális regularitás; szemilineáris



egyenletek.

Lunardi: Analytic Semigroups and Optimal Regularity in Parabolic Problems

Arendt, Batty, Hieber, Neubrander: Vector-valued Laplace Transforms and Cauchy Problems

Engel, Nagel: One-Parameter Semigroups for Linear Evolution Equations

**MAT/352** Analitikus operátor-félcsoportok

*Farkas Bálint - FABKACT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Affin varietások, Nullstellensatz, morfizmusok. Racionális függvények és leképezések, dimenzió. Kváziprojektív varietások, direkt szorzat, szeparáltság. Projektív varietások morfizmusai, az eliminációelmélet főtétele. Érintőtér, sima pontok, kapcsolat reguláris lokális gyűrűvel. Biracionális leképezések, felfűjás. Felületek biracionális leképezéseinek faktorizációja. Elemi metszetelmélet felületeken, Bezout tétele. Felületen fekvő görbék szingularitásainak feloldása.

**MAT/353** Harmonikus analízis, a szimmetria tudománya

*Laczkovich Miklós - LAMKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Számos matematikai probléma megoldásához kulcs, hogy felfedezzük a probléma szimmetriáit. Hogy aztán a megoldásban a szimmetriákat hogyan használjuk ki, annak módját a harmonikus analízis (más néven reprezentációelmélet) adja meg. Az előadássorozat egyik célja, hogy megismertesse a hallgatóságot a harmonikus analízis—reprezentációelmélet alapjaival, a másik pedig, hogy bemutassa az elmélet és alkalmazásainak kölcsönhatását, kezdve Fermat XVII. századi számelméleti vizsgálódásaitól a kvantummechanikai alkalmazásokig.

Az érintett témák: Az alapelv; véges Abel-csoportok; korai valószínűségszámítási alkalmazások; kvadratikus formák a számelméletben (Fermat, Euler, Lagrange és Gauss); Dirichlet és a harmonikus analízis; nemkommutatív reprezentációelmélet (Frobenius); parciális differenciálegyenletek; közönséges differenciálegyenletek és Lie-csoportok; Weyl és a Lie-csoportok; régi és új kvantummechanika; Wigner és az atomok energiaszintjei; Weyl, Stone, Neumann, Mackey és a kanonikus felcserélési reláció.

**MAT/354** Mátrixanalízis

*Petz Dénes – PEDOAAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Véges dimenziós Hilbert-terek (bázis, lineáris leképezések és mátrix reprezentáció), spektrum, nyom, determináns. Tenzorszorzat és tenzor hatvány (Szimmetrikus és antiszimmetrikus). Pozitív definit mátrixok, Hadamard-szorzat. Függvénykalkulus mátrixokra, exponenciális függvény, deriválás. Block-mátrixok.

Mátrixközepek (aritmetikai, geometriai, logaritmusos). Mátrix monoton és mátrix konvex függvények. Alkalmazások a kvantumelméletben.

A lineáris algebra alapjaira feltétlenül szükség van, a funkcionálanalízis tárgya ismerete előnyös.

Ajánlott irodalom:

R. Bhatia, Matrix Analysis, Springer, 1997.

D. Petz, Introduction to matrix analysis and its applications, <http://www.math.bme.hu/~petz/matrixPD.pdf>

**MAT/355** Algebrai geometria

*Szamuely Tamás – SZTKAKT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A kurzus célja az algebrai geometria alapvető fogalmainak bevezetése, rámutatva az algebrai varietások algebrai és geometriai tulajdonságainak kapcsolatára. Fontos példák és új, mélyebb eredmények is említésre kerülnek.

Tervezett témák:

Affin varietások, Nullstellensatz, morfizmusok. Racionális függvények és leképezések, dimenzió. Kváziprojektív varietások, direkt szorzat, szeparáltság. Projektív varietások morfizmusai, az eliminációelmélet főtétele. Érintőtér, sima pontok, kapcsolat reguláris lokális gyűrűvel. Biracionális leképezések, felfűjás. Felületek biracionális leképezéseinek faktorizációja. Elemi metszetelmélet felületeken, Bezout tétele. Felületen fekvő görbék szingularitásainak feloldása.

**MAT/356** Sztochasztikus kölcsönható részecske-rendszerek

[Tóth Bálint – TOBNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Tematika:

1. Kölcsönható részecske-rendszerek alap-példái: aszimmetrikus kizárásos folyamat, zero range, K-kizárásos folyamat, egyéb példák
2. Generátor, félcsoport (alapok), grafikus konstrukció
3. Monte Carlo szimulációk, multispin kódolás
4. Stacionárius eltolásinvariáns szorzatmértekek; ergodicitás
5. Kondenzáció zero range folyamatokban
6. TASEP: Burke tétel
7. Stacionárius nem eltolásinvariáns szorzatmértekek (blokkoló mérték); reverzibilitás
8. Mátrix szorzat technika nem szorzat alakú stacionárius mértékek keresésére
9. Hidrodinamika heurisztikus levezetése; lökés- és ritkulási hullámok
10. Határok által indukált fázisátmenetek
11. Csatlások, attraktivitás, a másodosztályú részecske
12. Lökéshullámok mikroszkopikus tulajdonságai (Ferrari-Kipnis-Saada; szorzateloszlások)
13. Részecskeáram és másodosztályú részecske kapcsolata, Nagy számok törvénye (áram-fluktuációk)
14. Áramok nagyeltérés függvényei, Gallavotti-Cohen szimmetria

Irodalom:

- Thomas M. Liggett: Interacting particle systems, Springer, 1985  
Thomas M. Liggett: Stochastic interacting systems: contact, voter and exclusion processes, Springer, 1999  
Gunter M. Schütz: Exactly solvable models for many-body systems far from equilibrium, London: Academic Press, 2001  
Az előadó jegyzetei, <http://www.math.bme.hu/~balazs/cikkek>

**MAT/357** Statisztikus fizika matematikai módszerei

[Tóth Bálint – TOBNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Tematika:

1. Valószínűségszámítási bemelegítés
2. A statisztikus fizika tárgya, kanonikus eloszlás, Ising modell
3. Curie-Weiss (mean field) modell
4. Ising modell  $Z^d$ -n, termodinamikai limesz
5. Analitikusság I: Kirkwood-Salsburg egyenletek
6. Analitikusság II: Lee-Yang tétel
7. Fázisátmenet az Ising modellben: Peierls módszer;
8. Griffiths egyenlőtlenségek
9. A klasszikus Heisenberg modell: tükrözési pozitivitás, infravörös korlátok, Frölich-Simon-Spencer tétel
10. A kvantum Heisenberg modell I: Mermin-Wagner tétel
11. A kvantum Heisenberg modell II: Dyson-Lieb-Simon tétel

Irodalom:

- Tóth B.: Statisztikus fizika matematikai módszerei, jegyzet, <http://www.math.bme.hu/~balint/>

cikkek

D. Ruelle: Statistical Mechanics – Rigorous Results. W.A. Benjamin, NY 1969

R. Griffiths: Rigorous results and theorems. In: Phase Transitions and Critical Phenomena, eds: C. Domb, MS Green, Academic Press, 1972

C. Thompson: Mathematical Statistical Physics, Princeton UP 1992

rengeteg jó könyv és jegyzet van

### **MAT/358** Ergodelmélet és dinamikai rendszerek

[Tóth Bálint – TOBNAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

1. Alappéldák: körvonal forgatása, Arnold macskája, pék leképezése, diadikus leképezés, Gauss-leképezés.

2. Poincaré rekurrencia-tétele. Ergodtételek (von Neumann és Birkhoff-Hincsin tételei). Az ergodicitás fogalma.

3. Stacionárius folyamatokkal való kapcsolat. Szimbolikus dinamika, véges típusú eltolások, Bernoulli-leképezések.

4. Keverési tulajdonságok. Egyensúlyhoz való konvergencia.

5. Fourier-módszerek ergodicitás bizonyítására.

6. Káosz és hiperbolicitás (Hopf geometriai módszere).

7. Markov leképezések: Rényi módszere abszolút folytonos invariáns mérték létezésére.

8. A bolygórendszer stabilitásának problémája. Invariáns tórusok és KAM-tétel. Kis nevezők problémája: a homológikus egyenlet megoldása.

9. Nem-konzervatív (disszipatív) rendszerek és különös attraktorok, fraktálok, a szolenoid leképezése.}

Irodalom:

Szász D.: Dinamikai rendszerek jegyzet, <http://www.math.bme.hu/~szasz/>

M. Brin-G. Stuck: Dynamical Systems, CUP, 2002

### **MAT/359** Általános biztosításmatematika

[Arató Miklós - ARMKAAT.ELTE](#)

[Prokaj Vilmos – PRVKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az egyéni kockázat modellje.

Nevezetes kárszámeloszlások.

A kárnagyság eloszlása.

Összetett kockázat modellje.

Díjkalkulációs elvek és tulajdonságaik

Credibility elmélet és a tapasztalati díjszámítás.

Bónusz rendszerek: kármentességi díjvisszatérítések és engedmények, bónusz-málusz.

A viszontbiztosítás célja és típusai.

Viszontbiztosítási díjkalkuláció.

### **MAT/360** Riemann-geometria

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Lakos Gyula – LAGEAFT.ELTE](#)

[Moussong Gábor - MOGKAAT.ELTE](#)

[Szenhe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

10 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az exponenciális leképezés a Riemann-sokaságon. Az ívhosszra vonatkozó variációs formulák. Konjugált pontok. A geodetikushoz rendelt index-forma. A Riemann-sokaság teljességének problémája, a Hopf-Rinow tétel. A Rauch-féle összehasonlítási tételek. A nempozitív Gauss-görbületű sokaságok, a Cartan-Hadamard-tétel. Lokális izometriák Riemann-sokaságok között, a Cartan-Ambrose-Hicks tétel. A lokálisan szimmetrikus Riemann-terek. A részsokaságon indukált

lineáris konnexió. A második alapforma, a Weingarten-egyenlet. A totálgeodetikus részsokaság. A térfogat variációja, a minimál-részsokaság értelmezése. A görbületi tenzorokra vonatkozó összefüggések. A részsokaság körül vett Fermi-féle koordináta-rendszer. A részsokaság fokális pontjai.

**MAT/361** Fejezetek a differenciálgeometriából

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Lakos Gyula – LAGEAFT.ELTE](#)

[Moussong Gábor - MOGKAAT.ELTE](#)

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Konvex felületek differenciálgeometriai jellemzése. Steiner-Minkowski-formula, Herglotz integrálformulája, konvex felületekre vonatkozó merevségi tételek. Vonalfelületek és vonalkongruenciák.

Állandó görbületű felületek. Csebisev-hálók, sine-Gordon-egyenlőség, Bäcklund-transzformáció, Hilbert tétele. Összehasonlítási tételek.

Variációszámítási feladatok a differenciálgeometriában. Euler-Lagrange egyenlet, brachisztochron probléma, geodetikusok, Jacobi-mezők, Lagrange-féle mechanika, szimmetriák és invariánsok, minimálfelületek, konform paraméterezés, harmonikus leképezések.

**MAT/362** Differenciálgeometria és fizika szeminárium

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, ismételhető

A kutatásseminárium célja az elméleti fizikához kapcsolódó új differenciálgeometriai eredmények feldolgozása.

**MAT/363** Lie-csoportok és szimmetrikus terek

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Lakos Gyula – LAGEAFT.ELTE](#)

[Moussong Gábor - MOGKAAT.ELTE](#)

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

10 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Lie-csoportok és Lie-algebrák, exponenciális leképezés, adjungált reprezentáció, a Hausdorff-Campbell-Baker-sor. Lie-algebrák struktúrája, nilpotens, feloldható, féligegyszerű és redukzív Lie-algebrák. Cartan-részalgebra, féligegyszerű Lie-algebrák osztályozása.

A differenciálható hányadosterek, a homogén Riemann-terek. Az összefüggő kompakt Lie-csoport, mint szimmetrikus tér. A szimmetrikus Riemann-tér izometria-csoportja, mint Lie-csoport. A szimmetrikus Riemann-tér, mint hányadostér. A Riemann-féle szimmetrikus hármastól történő konstrukció. Az exponenciális leképezés és a görbületi tenzor egzakt leírása. Totálgeodetikus részsokaságok és Lie-hármas-rendszerek. A rang értelmezése. A féligegyszerű szimmetrikus Riemann-terek osztályozása. Az irreducibilis szimmetrikus terek.

**MAT/364** Lie-csoportok és szimmetrikus terek

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Lakos Gyula – LAGEAFT.ELTE](#)

[Moussong Gábor - MOGKAAT.ELTE](#)

[Szenthe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczy László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

Lie-csoportok és Lie-algebrák, exponenciális leképezés, adjungált reprezentáció, a Hausdorff-Campbell-Baker-sor. Lie-algebrák struktúrája, nilpotens, feloldható, féligegyszerű és redukzív Lie-algebrák. Cartan-részalgebra, féligegyszerű Lie-

algebrák osztályozása.

A differenciálható hányadosterek, a homogén Riemann-terek. Az összefüggő kompakt Lie-csoport, mint szimmetrikus tér. A szimmetrikus Riemann-tér izometria-csoportja, mint Lie-csoport. A szimmetrikus Riemann-tér, mint hányadostér. A Riemann-féle szimmetrikus hármasból történő konstrukció. Az exponenciális leképezés és a görbületi tenzor egzakt leírása. Totálgeodetikus részsokaságok és Lie-hármas-rendszerek. A rang értelmezése. A féligegyszerű szimmetrikus Riemann-terek osztályozása. Az irreducibilis szimmetrikus terek.

**MAT/365** Valószínűségi módszerek a konvex geometriában

[Bezdek Károly – BEKKAAT.ELTE](#)

[ifj Böröczky Károly – BOKLABT.ELTE](#)

[Naszódi Márton – NAMKADT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Mértékkoncentráció a gömbön: Lévy-féle szférikus izoperimetrikus egyenlőtlenség. Lévy-családok. Véletlen konstrukciók: Szigorúan antipodális halmazok konstruálása a kocka csúcaiból (Erdős P. - Füredi Z.), és a gömb pontjaiból. Állandó szélességű halmazok megvilágítása (O. Schramm). Konvex testek Banach-Mazur-távolsága: A definíció különböző általánosításai. John-ellipszoid: A Banach-Mazur-távolságra adott felső becslések. Dvoretzky tétele: Valószínűségi és globális alak. Johnson-Lindenstrauss-féle lapítási lemma: Véges metrikus terek beágyazása az  $n$ -dimenziós euklideszi térbe. Fedési számok: Adott konvex test hány eltoltja fedi az euklideszi gömböt. Sudakov-egyenlőtlenség és duálisa.

**MAT/366** Riemann-geometria

[Csikós Balázs – CSBKABT.ELTE](#)

[Lakos Gyula – LAGEAFT.ELTE](#)

[Moussong Gábor – MOGKAAT.ELTE](#)

[Szenhe János – SZJKAAT.ELTE](#)

[Verhóczki László – VELKAAT.ELTE](#)

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

Az exponenciális leképezés a Riemann-sokaságon. Az ívhosszra vonatkozó variációs formulák. Konjugált pontok. A geodetikushoz rendelt index-forma. A Riemann-sokaság teljességének problémája, a Hopf-Rinow tétel. A Rauch-féle összehasonlítási tételek. A nempozitív Gauss-görbületű sokaságok, a Cartan-Hadamard-tétel. Lokális izometriák Riemann-sokaságok között, a Cartan-Ambrose-Hicks tétel. A lokálisan szimmetrikus Riemann-terek. A részsokaságon indukált lineáris konnexió. A második alapforma, a Weingarten-egyenlet. A totálgeodetikus részsokaság. A térfogat variációja, a minimál-részsokaság értelmezése. A görbületi tenzorokra vonatkozó összefüggések. A részsokaság körül vett Fermi-féle koordináta-rendszer. A részsokaság fokális pontjai.

**MAT/367** Large networks seminar

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

[Lovász László - LOLKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

The theory of large networks (graphs) has become very important through its applications in other sciences, as well as through the internal development of graph theory. Speakers at the seminar are students presenting recent papers from the literature, and researchers of mathematics and other areas who describe their recent results.

**MAT/368** Operátorfélcsoportok

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

[Sikolya Eszter – SIEKADT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Operátorfélcsoportokkal kapcsolatos alapfogalmak. Hille-Yosida tételkör. Alkalmazások első- és másodrendű differenciáloperátorokra. Félcsoportok regularitási tulajdonságai (analitikus, differenciálható, normafolytonos, kompakt).

Aszimptotikus tulajdonságok, a félcsoport és a generátor spektrumának viszonya. Operátorfélcsoportok és az Cauchy probléma kapcsolata, jóldefiniáltság Megoldások reprezentációja. Példák: késleltetett és populációs egyenletek tárgyalása. Irodalom: Engel, K.-J., Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Springer-Verlag, Universitext, 2006.

**MAT/369** Evolúciós egyenletek

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

[Sikolya Eszter – SIEKADT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Evolúciós egyenleteket számos jelenség leírására használhatunk. A tárgy célja néhány példa bemutatása és a megfelelő egyenlet(rendszer) megoldása(i)nak vizsgálata. Szeretnénk, hogy aktuális problémákkal ismerkedhessenek meg a hallgatók, részben friss cikkekben található eredmények feldolgozásával. Irodalom: Engel, K.-J., Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Springer-Verlag, Universitext, 2006. Bátкаи, A., Piazzera, S., Semigroups for Delay Equations, A K Peters, 2005.

**MAT/370** Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek

[Simon Péter – SIPKAAT.ELTE](#)

12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Lineáris differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása a topologikus ekvivalencia szerint. Nemlineáris rendszerek osztályozása a Poincaré-féle normálforma segítségével. Stabilis, instabilis, centrális sokaság, Hartman-Grobman tétel. Lokális vizsgálat periodikus megoldások körül. Kétdimenziós vektormező indexe, a trajektóriák végtelenbeli viselkedése. Káosz a Lorenz-féle meteorológiai modellben. Dinamikai rendszerek bifurkációi, alapvető példák és alkalmazások. Nyereg-csomó és Andronov-Hopf bifurkáció. Bifurkációs diagrammok meghatározása, két kodimenziós bifurkációk. Strukturális stabilitás, attraktorok típusai. Diszkrét dinamikai rendszerek. Topologikus ekvivalencia szerinti osztályozás. Intervallum leképezések: sátor leképezések, logisztikus függvénycsalád. Szimbolikus dinamika. Kaotikus rendszerek. Smale-patkó. Sarkovszkij tétel. Bifurkációk.

**MAT/371** Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai

[Izsák Ferenc – IZFKAAAT.ELTE](#)

12 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az előadás keretében időfüggő parciális differenciálegyenletek megoldására vonatkozó véges differencia és végeelem módszereket tárgyalunk. Nagyrészt lineáris egyenletek megoldását vizsgáljuk, a megoldás konvergenciájához szükséges felosztás-paraméterek megadása az elméleti rész fő célja.

**MAT/372** Matematikai modellalkotás

[Izsák Ferenc – IZFKAAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Transzportfolyamatok alapjai: mérlegegyenlet, sűrűségek, áramok, vezetési egyenletek. A karakterisztikák jelentése. Navier-Stokes-egyenletek. Hővezetés, diffúziós egyenletek: a hővezetés differenciálegyenlet, szuperpozíció elve, a hő terjedési sebessége, maximumelv, alternatív diffúziós modellek. A hullámeqyenlet: a hullám terjedési sebessége, karakterisztikák. A vízhullámok terjedése, alternatív modellek. Kémiai reakciók: térben homogén, illetve inhomogén rendszerek, reakció mechanizmus, diszkrét és folytonos modellek, sztochasztikus modellek, reakció-diffúziós rendszerek, egzotikus jelenségek: oszcillációk, hullámok. Elektrodinamikai modellek: Maxwell-egyenletek, gerjesztési problémák, speciális peremfeltételek.

**MAT/373** Funkcionálanalízis

[Sebestyén Zoltán – SEZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Banach algebrák: spektrum, spektrál sugár, Gelfand-Mazur tétel, spektrál sugár tétel, Kommutatív Banach algebrák Gelfand reprezentációja: kommutatív Gelfand-Naimark tétel, Hirshfeld-Zelazko tétel, Wiener tétele, Stone-Weierstrass tétel, Gleason-Kahane-Zelazko tétel, Nemkommutatív Gelfand-Naimark elmélet  $C^*$ -algebrákra.

**MAT/374** Közönséges differenciálegyenletek numerikus módszerei

[Faragó István – FAIKAAT.ELTE](#)

9 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Egylépéses elemi módszerek. Explicit Runge-Kutta típusú módszerek rendje, stabilitása és konvergenciája. Implicit RK módszerek. A-stabil módszerek. Merev feladatok megoldása. Többlépéses módszerek. Rend, stabilitás, konvergencia. Kétpontos peremérték-feladatok numerikus megoldása. A belövéses módszer és alkalmazása. Véges differenciák módszere. Rend és konzisztencia vizsgálata. Konvergencia a 2-es és a maximum normában. Alkalmazás parciális differenciálegyenletek szemidiszkrétizálására.

**MAT/375** Algoritmuselmélet

[Király Zoltán - KIZKAAT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Középső elem keresése, gyorsrendezés elemzése, számjegyes rendezés. Számolás nagy számokkal és maradékosztályokkal, RSA, Schönhage-Strassen szorzás. Adattömörítés. Fejlettebb legrövidebb út kereső algoritmusok, Suurballe algoritmus. Stabil házasság páros és nem páros gráfban, az egyetemi felvételi rendszer. Hopcroft-Karp és Dinitz algoritmusai, többtermékes folyamatok. Hálózati kódok. Közelítő algoritmusok, sémák, egészségi hézag. Fix paraméterrel megoldható problémák osztálya. Útvonalkeresők a gyakorlatban. Párhuzamos számítások.

**MAT/376** Operátorfélcsoportok és Numerikus Analízis

[Bátkai András – BAAKAAT.ELTE](#)

*Farkas Bálint - FABKAAT.ELTE*

*Adminisztrátor: NAAKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A tárgy célja az operátorfélcsoportok elméletének bemutatása a numerikus analízisbeli alkalmazásokat állítva a középpontba. Bemutatjuk, hogy a térbeli és időbeli diszkrétizációk hogyan kezelhetők absztrakt módon, evel egységesítve sok, az irodalomban fellelhető eredményt. Tematika: Motiváló példák és alaptulajdonságok, Trotter-Kato tételek, véges differencia és véges elem térdiszkrétizációk. Lax ekvivalenciatétele, Chernoff szorzatformulája, idődiszkrétizációk. Racionális approximációk, splitting. A tárgyalást különböző alkalmazások tárgyalása zárja.

**MAT/377** Csoportok és gráfok

[Pálfy Péter Pál – PAPKAAT.ELTE](#)

*Abért Miklós – ABMEAAAT.ELTE*

*Adminisztrátor: Hermann Péter HEPKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A csoportelmélet és a gráfelmélet sok ponton kapcsolatban áll egymással. Ilyen, sokat kutatott kapcsolat a csoportok geometrikus megértése Cayley gráfjai segítségével, illetve a csúcstranzitív gráfok elmélete. Új ilyen kapcsolat a korlátos fokú gráf sorozatok konvergenciája. A kurzus ezeket a kapcsolatokat és a terület fő eredményeit ismerteti.

**MAT/378** Algebrai számelmélet I.

[Károlyi Gyula – KAGKABT.ELTE](#)

*Zábrádi Gergely – ZAGGAAT.ELTE*

*Adminisztrátor: Hermann Péter HEPKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Ez a kurzus bevezetést szeretne nyújtani az algebrai számelméletbe. Az első néhány előadáson bevezetjük a számtestek (azaz a racionális számok véges bővítéseinek) algebrai egészeihez kapcsolódó alapvető fogalmakat. Ezután Dedekind gyűrűk ideálméletével, az osztályszám Minkowski-féle becslésével, elágazás-elmélettel, illetve prímeálloknál vett lokalizálással és teljessé tétellel folytatjuk. A félév második felében leginkább lokális testekkel fogunk foglalkozni, azaz olyan testekkel, melyek teljesek egy diszkrét értékelésre nézve és maradéktestük véges. Ezek struktúráját részletesen leírjuk ún. „Witt gyűrűk” segítségével. Ha az idő engedi, megvizsgáljuk lokális testek bővítéseit is, és bevezetjük a Galois-csoportok elágazási részcsoportjait. Szükséges előismeretek: alapvető csoport-, gyűrű- és Galois-elméleti ismeretek. Hasznos, de nem előfeltétel az algebrai geometria.

#### **MAT/379** Algebrai Számelmélet II.

[Károlyi Gyula – KAGKABT.ELTE](#)

[Zábrádi Gergely – ZAGGAAT.ELTE](#)

*Adminisztrátor: Hermann Péter HEPKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Ebben a félévben a fő célunk a lokális osztálytest-elmélet megértése lesz, továbbá ennek (globális) alkalmazásai. Bevezető csoportkohomológiával kezdünk, különös tekintettel a Galois-kohomológiára. Ezután „absztrakt osztálytestelmélettel” folytatjuk: osztály formációk, fundamentális osztályok és reciprocitási leképezések. Kiszámoljuk lokális testek Brauer-csoportját, ezzel bebizonyítva a lokális reciprocitási tételt. Alkalmazásként megmutatjuk, hogy a felépített elméletből milyen egyszerűen következnek olyan klasszikus tételek, mint a Kronecker-Weber tétel  $Q$  Abel-féle bővítéseiről, vagy a kvadratikus reciprocitás. Ha az idő engedi a közönség érdeklődésétől függően a következő témák kerülhetnek még elő: normák teste,  $p$ -adikus Galois-reprezentációk és  $(\varphi, \Gamma)$ -modulusok, a „meredekségek” elmélete,  $p$ -adikus moduláris formák. Szükséges előismeretek: alapvető csoport-, gyűrű- és Galois-elmélet. Ajánlott az Algebrai számelmélet I, de nem formális követelmény. Hasznos továbbá a homológikus algebra és az algebrai geometria, de ezek sem szükségesek.

#### **MAT/380** Lie-elmélet alkalmazásokkal

[Fialowski Alice – FIAKAAT.ELTE](#)

*Adminisztrátor: Hermann Péter HEPKAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Az alábbi témákat fogom tárgyalni : 1. Lie-algebrák alapjainak áttekintése 2. Kac-Moody algebrák 3. Vektormező algebrák 4. Lie-algebrák kohomológiája 5. Algebrai deformációelmélet 6. Reprezentációelmélet alapjai 7. Lie-algebrák általánosításai 8. Hopf-algebrák és kvantumcsoportok

#### **MAT/381** Analízis szeminárium

[Keleti Tamás – KETKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

A szeminárium elsősorban az Analízis tanszéken folyó kutatásokról szól, ezekbe kapcsolódhatnak be a hallgatók, akik természetesen szintén tartanak előadást. Az előadások témája lehet komplex vagy valós függvénytan, valamint topológia.

#### **MAT/382** Leszámlálás - az algebrai geometria találkozik a topológiával

[Fehér László – FELKABT.ELTE](#)

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Hány egyenes metsz négy általános helyzetű egyenest a térben? Hány egyenes van egy harmadfokú felületen? Ehhez hasonló kérdések uralták a 19.



század algebrai geometriáját és ma reneszánszát éli. A fő megoldási módszer az ún. Schubert kalkulus lett. A Schubert kalkulust tekinthetjük az algebrai topológia első eredményének, bár maga az algebrai topológia csak jóval később született meg. A téma segítségével betekintést kapunk az algebrai topológia, algebrai geometria és a Lie-csoportok reprezentációinak elméletébe klasszikus példákon keresztül. Témák: Grassmann sokaságok topológiája, kohomológia, vektor-nyalábok, karakterisztikus osztályok,  $GL(n)$  reprezentációi.

**MAT/383** Csoportok és gráfok

*Abért Miklós – ABMEAAT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

A csoportelmélet és a gráfelmélet sok ponton kapcsolatban áll egymással. Ilyen, sokat kutatott kapcsolat a csoportok geometrikus megértése Cayley gráfjai segítségével, illetve a csúcstranzitív gráfok elmélete. Új ilyen kapcsolat a korlátos fokú gráfsorozatok konvergenciája. A kurzus ezeket a kapcsolatokat és a terület fő eredményeit ismerteti.

**MAT/384** Ekvivariáns kohomológia

*Fehér László – FELKABT.ELTE*

6 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Csoporthatással ellátott tereken egy, a kohomológiánál gazdagabb elmélet, az ekvivariáns kohomológia (EK) is definiálható. Az EK bizonyos értelemben a faktor geometriáját is kódolja. Mivel a pont  $G$ -ekvivariáns kohomológiája a  $G$ -karakterisztikus osztályok gyűrűje így az EK egyben a karakterisztikus osztályok elméletének természetes általánosításának is tekinthető. Klasszifikáló terek, Borel konstrukció. Invariáns részvarietások ekvivariáns Poincaré duálisa. Kapcsolat az obstrukció-elmélettel, elkerülő-ideál. Leszámlálási feladatok. Schur és Schubert polinomok, mint  $G$ -ekvivariáns kohomológia-osztályok. Atiyah-Bott lokalizáció, diszkriminánsok foka. Thom-Porteous-Giambelli tétel. Globális szingularitás-elmélet: Thom polinomok.

**MAT/385** Algebrai és differenciáلتopológia EA

*Szűcs András – SZAKABT.ELTE*

12 kredit, elmélet, nem kötelező, nem ismételhető

Karakterisztikus osztályok és alkalmazásaik, immerziók, sokaságok kobordizmusgyűrűje, egzotikus gömbök létezése, osztályozásuk. Serre tételei a gömbök homotopikus csoportjairól. Lie csoportok és  $H$ -terek racionális homotopikus csoportjai. Ajánlott irodalom: 1) J. W. Milnor, J. D. Stasheff: Characteristic Classes, Princeton, 1974. 2) R. E. Stong: Notes on Cobordism Theory, Princeton, 1968. 3) Kervaire - Milnor: Groups of homotopy spheres I, Annals of Mathematics , 77 (1963) 504- 537.

**MAT/386** Algebrai és differenciáلتopológia GY

*Szabó Endre – SZE OAAE.ELTE*

*Adminisztrátor: Szűcs András – SZAKABT.ELTE*

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

Karakterisztikus osztályok és alkalmazásaik, immerziók, sokaságok kobordizmusgyűrűje, egzotikus gömbök létezése, osztályozásuk. Serre tételei a gömbök homotopikus csoportjairól. Lie csoportok és  $H$ -terek racionális homotopikus csoportjai. Ajánlott irodalom: 1) J. W. Milnor, J. D. Stasheff: Characteristic Classes, Princeton, 1974. 2) R. E. Stong: Notes on Cobordism Theory, Princeton, 1968. 3) Kervaire - Milnor: Groups of homotopy spheres I, Annals of Mathematics , 77 (1963) 504- 537.

**MAT/387** Riemann felületek geometrizálása

Tóth Árpád – TOALAJT.ELTE

6 kredit, gyakorlat, nem kötelező, nem ismételhető

A kurzus során a Ricci folyamat tanulmányozzuk zárt felületeken. Megmutatjuk, hogy a Ricci áram megoldása egy olyan konstans görbületű metrikához tart ami konform ekvivalens az eredeti metrikával. Ezt úgy is értelmezhetjük, hogy minden felületen van egy kanonikus geometria ami lokálisan euklideszi, gömbi, vagy a Bolyai-Lobacsevszkij féle. A konstans görbületű metrika létezése, az úgy nevezett uniformizáció tétele, a XIX. századi matematika egyik meghatározó eredménye. A Ricci folyamaton alapuló bizonyítás egy friss és modern megközelítés ami jó bevezetést nyújt a zárt 3-sokaságok osztályozásánál felmerülő Ricci folyam tanulmányozásához.

**MAT/OK** Olvasókurzus (megszerezhető kredit 24)

4 kredit, elmélet, nem kötelező, ismételhető

Az olvasókurzus a témavezető irányításával és ellenőrzésével végzett tanulás. Az olvasókurzusok teljesítéséért a 6 félév során 24 (félévenként legfeljebb 4) kredit szerezhető.

**MAT/RK-KV** Részképzés, kreditátvitel (megszerezhető kredit: 24)

A doktori oktatási programon kívül áthallgatással, részképzéssel és előzetes teljesítmény beszámításával szerezhető tanulmányi kreditek száma összesen nem lehet több, mint a megszerzendő tanulmányi kreditek 50 %-a.

**Kutatási modul (megszerezhető kredit: 108):**

**MAT/KUT** Irányított kutatómunka (megszerezhető kredit 18/I-II.tanév, 21/5-6. szemeszter)

1 kredit/30 hallgatói tanulmányi munkaóra, doktori kutatás, kötelező, ismételhető

A tudományos kutatómunkához szükséges készségek elsajátítása és a kutatómunkában való aktív részvétel. Ez akkor adható meg, ha a két félévben a hallgató legalább egy szakszemináriumi előadást tartott és rendszeresen résztvett a szakszemináriumokon.

**MAT/BESZ** Beszámoló (megszerezhető kredit 30)

10 kredit, doktori kutatás, kötelező, ismételhető

A doktoranduszok minden évben, az MDI szervezésében beszámolnak éves tevékenységükről. Minden elfogadott beszámolóval 30 kredit szerezhető.

#### IV. Értékelési, ellenőrzési szabályok:

Egy kontaktóra hallgatásával és vizsgával 3 kredit szerezhető. A képzés 6 féléve során minden hallgatónak legalább 48, kontaktóra hallgatásáért kapott kreditet kell szereznie. A kurzusok teljesítését a tárgy előadója ötfokozatú (1-2-3-4-5) skálán értékeli és a hallgató indexében, valamint az ETR rendszerben igazolja.

Az olvasókurzus a témavezető irányításával és ellenőrzésével végzett tanulás. Az olvasókurzusok teljesítéséért a 6 félév során 24 (félévenként legfeljebb 4) kredit szerezhető. Az olvasókurzus teljesítését a témavezető igazolja a hallgató indexében.

Az irányított kutatómunka a témavezető irányításával folytatott kutatás. Az irányított kutatómunkáért az első két évben évenként legfeljebb 18, a harmadik évben pedig félévenként legfeljebb 21 kredit szerezhető. A kutatási tevékenységet a témavezető háromfokozatú skálán (kiválóan megfelelt – megfelelt – nem felelt meg) értékeli. A kreditek teljesítését, a doktori oktatási program vezetője igazolja a hallgató indexében.

A doktoranduszok minden évben, az MDI szervezésében beszámolnak éves tevékenységükről. Minden elfogadott beszámolóval 10 kredit szerezhető.

A doktorandusz hallgatók a képzés első négy félévében legalább 75 kreditet kötelesek megszerezni.