

Szakterületi záróvizsga tétellei

Matematikatanári szak – középiskolai tanári szakirány

1. Kombinatorika és diszkrét valószínűségszámítás. Kombinatorikai alapfeladatok és megoldásaik. Skatulyaelv, szita-formula. Állandó együtthatós lineáris rekurziók. Permutációk, csoportelméleti vonatkozások. Kombinatorikus valószínűségi mező, szerencsejátékok, mintavételezés.

2. Számfogalom. Az egész, a racionális, a valós és a komplex számok fölépítése. Hatványozás. Tizedes törtek. Algebrai és transzcendens számok. Korlátos számhalmazok. Alsó és felső határ. Halmazok számossága.

3. Számelmélet. A számelmélet alaptétele, következményei. Kongruenciák, Euler–Fermat-tétel, elem rendje csoportban, kapcsolat Lagrange tételével. Wilson-tétel, primitív gyök, diszkrét logaritmus, kapcsolat a p elemű testtel. Diofantikus egyenletek, nevezetes számelméleti problémák és tételek.

4. Vektorok és mátrixok. Vektortér, bázis, dimenzió. Térbeli szabad vektorok, skaláris szorzat, vektoriális szorzat. Mátrix rangja. Determináns. Lineáris egyenletrendszerek, megoldhatóság. Lineáris leképezések vektortereken. Lineáris transzformáció, sajátérték, sajátvektor, diagonalizálhatóság.

5. Polinomok és alkalmazásaik. Gyökök, gyöktényezők, a gyökök és együtthatók közti összefüggések, speciális egyenletek megoldása. A számelmélet alaptétele polinomgyűrűkben. Irreducibilis polinomok a racionális, a valós és a komplex számtest fölött. Testbővítések, a geometriai szerkeszthetőség algebrai elmélete.

6. Szintetikus geometria. A sík elemi geometriája. Sokszögek és konvex poliéderek. Kerület, terület, térfogat, felszín geometriai értelmezése. Kúpszeletek. Euklideszi szerkesztések. Geometriai axiómarendszerek, a párhuzamosság problémája. A hiperbolikus síkgeometria modelljei.

7. Analitikus geometria. Térbeli szabad vektorok, műveletek vektorokkal. Szögfüggvények. Skaláris szorzat, vektoriális szorzat. A sík és a tér koordinátázása, alakzatok egyenletei. Homogén koordináták a projektív síkon. Másodrendű görbék. Gömbi geometria, gömbháromszögek.

8. Geometriai transzformációk, szimetriák. Egybevágósági transzformációk. A síkbeli egybevágóságok osztályozása és analitikus leírása. Hasonlósági transzformációk, középpontos hasonlóságok. Hasonló alakzatok. Síkbeli affin transzformációk. Kollineációk a projektív síkon. Inverzió síkban és térben. Csoportelméleti vonatkozások.

9. Sorozatok és függvények határértéke, folytonosság. Sorozatok határértéke. Végtelen sorok. Függvények határértéke. Folytonos függvények. Elemi függvények és tulajdonságaik. Pontsorozatok határértéke. Többváltozós függvények határértéke és folytonossága.

10. Differenciálszámítás. A differenciálhatóság fogalma, geometriai jelentése. Függvényvizsgálat. Taylor-polinom és Taylor-sor. Többváltozós függvények parciális deriváltjai. Kétváltozós függvények grafikonja, szintvonalai, differenciálhatósága, a grafikon érintősíkjá. Szélsőérték-feladatok egy és több változóban.

11. Integrálszámítás. Riemann-integrál. Primitív függvény, Newton–Leibniz-formula. Jordan-mérték. Többszörös integrál, lebontási tétel. Alkalmazás: terület- és térfogatszámítás.

12. Valószínűségszámítás. Valószínűségi mező. Valószínűségi változók, nevezetes eloszlások. Várható érték és szórás. A nagy számok törvénye és a centrális határeloszlás tétel. Minta, alapstatisztikák. Becslések. A hipotézisvizsgálat alapjai. Diszkrét idejű Markov-láncok. A Poisson-folyamat.

13. Matematikai alkalmazások 1. (A vizsgázónak a három altémakör közül kettőt kell választania.)

a) Gráfelméleti alapfogalmak (séta, út, kör, fa, összefüggőség). A szélességi bejárás. Euler-vonalak, Hamilton-körök és Hamilton-utak. Síkgráfok, Euler-formula és geometriai következményei. Kuratowski tétele.

b) Szimmetrikus bolyongás, tönkremenési feladat. Bolyongás gráfokon. Elágazó folyamat. Diszkrét idejű Markov-láncok. A Poisson-folyamat, sorbanállási modellek.

c) Az analízis felhasználása a geometriában. Paraméterezett görbék. Ívhossz, görbület. Paraméterezett felületek. Érintősík. Felszín.

14. Matematikai alkalmazások 2. (A vizsgázónak a három altémakör közül kettőt kell választania.)

a) Páros gráfok és párosítások, König–Hall-tétel és változatai. Gráfszínezések. Ramsey- és Turán-tétel.

b) Közönséges differenciálegyenletek és alkalmazásaik. Szétválasztható változójú, elsőrendű lineáris, másodrendű homogén lineáris egyenletek és alkalmazásaik.

c) Kvadratikus maradékok, a számelmélet alkalmazása a kriptográfiában.