A VILÁG ALKALMAZOTT MATEMATIKUS SZEMMEL

Csomós Petra

Miért matematika?

Miért matematika?

„A természet nagy könyve a matematika nyelvén íródott."

Galileo Galilei (1564–1642)

„A természet elmélyült tanulmányozása a matematikai felfedezések legtermékenyebb forrása."

Joseph Fourier (1768–1830)

Miért matematika?

„A természet nagy könyve a matematika nyelvén íródott.”

Galileo Galilei (1564–1642)

„A természet elmélyült tanulmányozása a matematikai felfedezések legtermékenyebb forrása.”

Joseph Fourier (1768–1830)

- körülöttünk csupa időben változó folyamat:

  gépkocsi mozgása, időjárás változása, bankszámla egyenlegének vagy tőzsdeárfolyamok alakulása, légszennyezés, járvány és rádióhullámok terjedése, vagy éppen az érzelmek alakulása. . .
- ezek leírása a matematika nyelvén történik (Galilei, Fourier)
- célunk: modell felírása, amely vizsgálata könnyű, mégis valósághű, és segít a folyamat megértésében, előrejelzésében, szabályozásában
- eszköz: differenciálegyenletek, közelítő módszerek, számítógép

Matematikus és kérői

Matematikus és kérői

Deri Válma, a híres matematikus hölgy fura viselkedésű az érzelmek terén:

- minél inkább szereti valaki Válmát, ő annál kevésbé szereti az illetőt;
- minél kevésbé szereti valaki Válmát, ő annál inkább szereti az illetőt.

Matematikus és kérői

Deri Válma, a híres matematikus hölgy fura viselkedésű az érzelmek terén:

- minél inkább szereti valaki Válmát, ő annál kevésbé szereti az illetőt;
- minél kevésbé szereti valaki Válmát, ő annál inkább szereti az illetőt.

Egyszer csak Válmának egyszerre négy udvarlója is akadt (köztük egy testvérpár):

- **Normál Norman**, aki szokványosan viselkedik;
- **Furi Feri**, aki Válmához hasonlóan eléggé fura figura;
- **Kedély Kenéz**, aki szokványos, de hangulatai kissé befolyásolják;
- **Kedély Kende**, aki szokványos, de hangulatai erősen befolyásolják.

Matematikus és kérői

Deri Válma, a híres matematikus hölgy fura viselkedésű az érzelmek terén:

- minél inkább szereti valaki Válmát, ő annál kevésbé szereti az illetőt;
- minél kevésbé szereti valaki Válmát, ő annál inkább szereti az illetőt.

Egyszer csak Válmának egyszerre négy udvarlója is akadt (köztük egy testvérpár):

- **Normál Norman**, aki szokványosan viselkedik;
- **Furi Feri**, aki Válmához hasonlóan eléggé fura figura;
- **Kedély Kenéz**, aki szokványos, de hangulatai kissé befolyásolják;
- **Kedély Kende**, aki szokványos, de hangulatai erősen befolyásolják.

Válma tanácstalan volt, hogy kit válasszon, úgyhogy – mint az élete annyi más területén – a matematikához fordult segítségért.

Vajon kit válasszon Válma?

Deri Válma és a traffipax

Hogy nehéz helyzetéből kiutat találjon, Válma magához vette a matematikai traffipax nevű készülékét.

Deri Válma és a traffipax

Hogy nehéz helyzetéből kiutat találjon, Válma magához vette a matematikai traffipax nevű készülékét.

?

Deri Válma és a traffipax

Hogy nehéz helyzetéből kiutat találjon, Válma magához vette a matematikai traffipax nevű készülékét.

?

Deri Válma tanmeséje egy gyorshajtó és egy rendőr szóváltásáról:

– *Álljon meg, megbüntetem! Az Ön sebessége meghaladta a maximálisan megengedett sebességet, és 90 km/h volt.*

– *Nem értem. Mit jelent az, hogy a sebességem 90 km/h volt?*

– *Ez azt jelenti, hogy egy óra alatt 90 km utat tett meg.*

– *Oh, az lehetetlen, hiszen én csak 7 perce indultam el. . .*

– . . .

Deri Válma magyarázata

Mit jelent az, hogy a pillanatnyi sebesség 90 km/h?

Ezzel a sebességgel a megtett út ($=$ a távolság időbeli megváltozása):

$$\left.\begin{array}{r l}
1 \text{ óra} & \text{alatt } 90 \text{ km} \\
30 \text{ perc} & \text{alatt } 45 \text{ km} \\
7 \text{ perc} & \text{alatt } 10{,}5 \text{ km} \\
1 \text{ perc} & \text{alatt } 1{,}5 \text{ km} \\
& \vdots
\end{array}\right\} \rightarrow$$

csak átlagsebesség
nem ment ennyit
fékezhetett/gyorsíthatott közben

Pillanatnyi sebességhez kellene:
minél rövidebb Δt időköz alatti elmozdulás!

Deri Válma magyarázata

Mit jelent az, hogy a pillanatnyi sebesség 90 km/h?

Ezzel a sebességgel a megtett út ($=$ a távolság időbeli megváltozása):

$$\left.\begin{array}{r} 1 \text{ óra alatt } 90 \text{ km} \\ 30 \text{ perc alatt } 45 \text{ km} \\ 7 \text{ perc alatt } 10{,}5 \text{ km} \\ 1 \text{ perc alatt } 1{,}5 \text{ km} \\ \vdots \end{array}\right\} \rightarrow$$

csak átlagsebesség
nem ment ennyit
fékezhetett/gyorsíthatott közben

Pillanatnyi sebességhez kellene:
minél rövidebb Δt időköz alatti elmozdulás!

$$\boxed{\text{sebesség} = \text{az elmozdulás változási üteme} \approx \frac{\text{elmozdulás}}{\Delta t}}$$

ezt méri a traffipax

A matematikai traffipax

Legyen $x(t)$ időben változó mennyiség: elmozdulás, érzelem ❤, stb.

A matematikai traffipax

Legyen $x(t)$ időben változó mennyiség: elmozdulás, érzelem ❤, stb.

$x(t)$ változási üteme $\approx$ matematikai traffipax

A matematikai traffipax

Legyen $x(t)$ időben változó mennyiség: elmozdulás, érzelem ♥, stb.

$x(t)$ változási üteme $\approx$ matematikai traffipax

$$x'(t) \approx \frac{x(t) \text{ megváltozása}}{\text{eltelt idő}}$$

A matematikai traffipax

Legyen $x(t)$ időben változó mennyiség: elmozdulás, érzelem ♥, stb.

$x(t)$ változási üteme $\approx$ matematikai traffipax

$$x'(t) \approx \frac{x(t) \text{ megváltozása}}{\text{eltelt idő}} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

(valójában határérték, de a gyakorlatban csak méréseink vannak kis Δt-vel)

Deri Válma tanácsára a változási ütem elnevezése: **derivált**

A matematikai traffipax

Legyen $x(t)$ időben változó mennyiség: elmozdulás, érzelem ♥, stb.

$x(t)$ változási üteme $\approx$ matematikai traffipax

$$x'(t) \approx \frac{x(t) \text{ megváltozása}}{\text{eltelt idő}} = \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

(valójában határérték, de a gyakorlatban csak méréseink vannak kis Δt-vel)

Deri Válma tanácsára a változási ütem elnevezése: **derivált**

Ahogy a hétköznapi életben megszoktuk:

$x(t)$ mennyiség kis idő alatt	$x'(t)$ változási ütem előjele és nagysága
növekszik (nagyon/kicsit)	$+$ (nagy/kicsi)
állandó	0
csökken (nagyon/kicsit)	$-$ (nagy/kicsi)

Válma és a kérők

Legyen $V(t)$, $K(t)$ Válma és a Kérő találkozását követő t időpillanatban az egymás iránti érzelmük mértéke:

- ha $V(t) > 0$, akkor a t időpontban Válma szereti a Kérőt és minél nagyobb $V(t)$, annál inkább
- ha $V(t) < 0$, akkor Válma ellenszenvvel viszonyul a Kérőhöz
- hasonló a jelentése $K(t)$-nek Válma felé

Válma és a kérők

Legyen $V(t)$, $K(t)$ Válma és a Kérő találkozását követő t időpillanatban az egymás iránti érzelmük mértéke:

- ha $V(t) > 0$, akkor a t időpontban Válma szereti a Kérőt és minél nagyobb $V(t)$, annál inkább
- ha $V(t) < 0$, akkor Válma ellenszenvvel viszonyul a Kérőhöz
- hasonló a jelentése $K(t)$-nek Válma felé

Egyszerű szerelmi modell

Két differenciálegyenletből álló rendszer, ahol a, b, c, d paraméterek:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= aV(t) + bK(t) \\ K'(t) &= cV(t) + dK(t) \end{aligned}}$$

Képletek helyett az $(V(t), K(t))$ görbék ábrázolása a síkon ($=$ fáziskép).
(Programok: Maple, Matlab, Mathematica, Wolfram Alpha, Winplot. . .)

Válma és Normál Norman

Egyszerű modell:

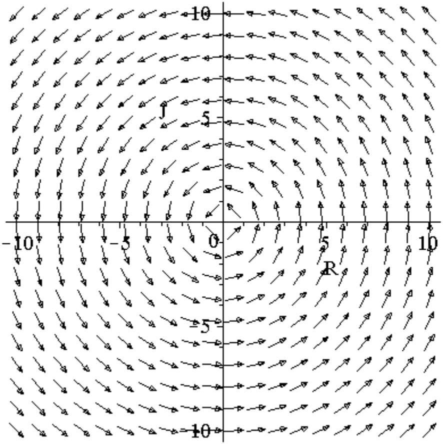
$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) \end{aligned}}$$

Válma és Normál Norman

Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) \end{aligned}}$$

Fázikép:

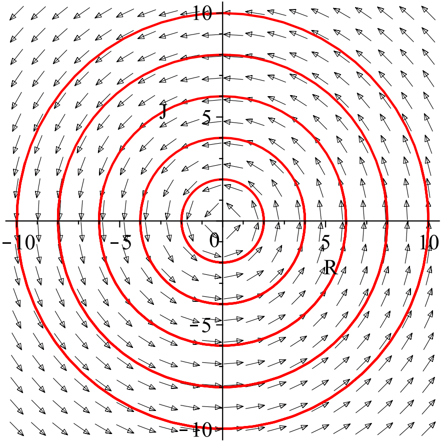


Centrum

Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) \end{aligned}}$$

Fázisképp:



Centrum

Válma és Furi Feri

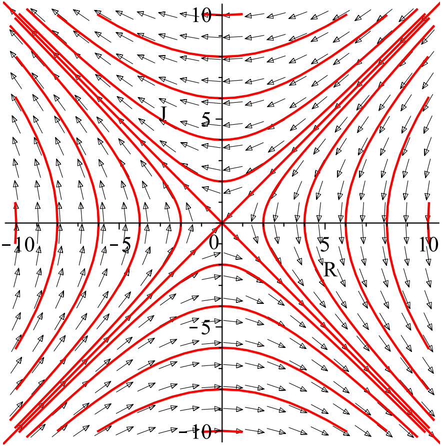
Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= -V(t) \end{aligned}}$$

Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= -V(t) \end{aligned}}$$

Fázikép:



Nyereg

Válma és Kedély Kenéz

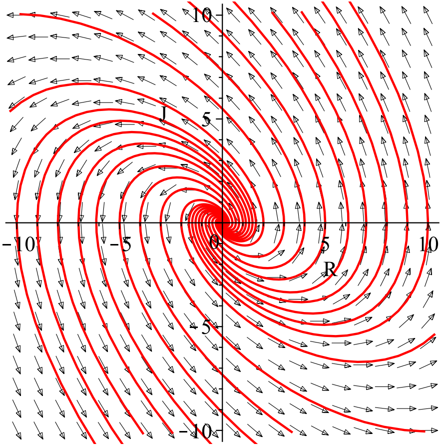
Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) + K(t) \end{aligned}}$$

Egyszerű modell:

$$V'(t) = -K(t)$$
$$K'(t) = V(t) + K(t)$$

Fázikép:



Fókusz

Válma és Kedély Kende

Egyszerű modell:

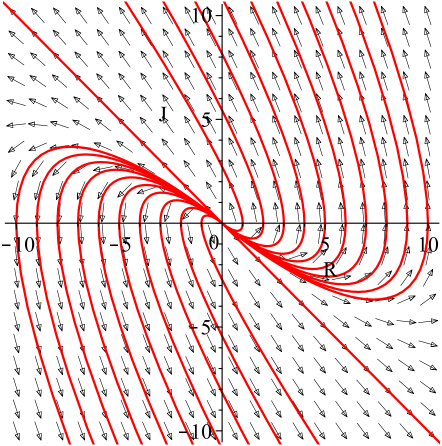
$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) + 2K(t) \end{aligned}}$$

Válma és Kedély Kende

Egyszerű modell:

$$\boxed{\begin{aligned} V'(t) &= -K(t) \\ K'(t) &= V(t) + 2K(t) \end{aligned}}$$

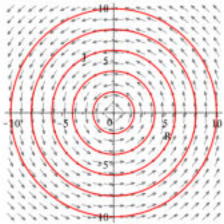
Fáziskép:



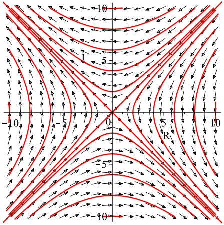
Csomó

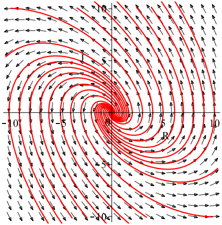
Kit válasszon Válma?

Normál Norman →

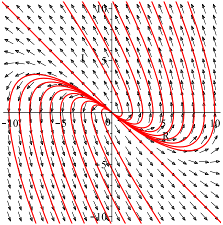


Furi Feri →





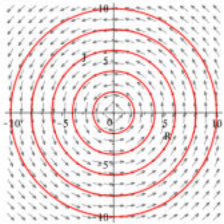
← Kedély Kenéz



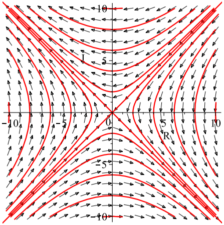
← Kedély Kende

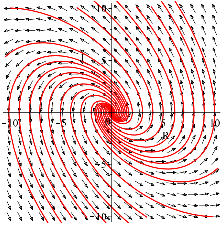
Kit válasszon Válma?

Normál Norman $\rightarrow$

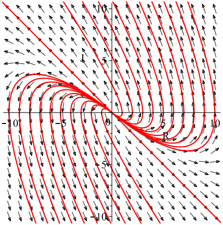


Furi Feri $\rightarrow$





$\leftarrow$ Kedély Kenéz



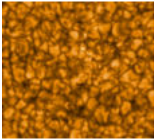
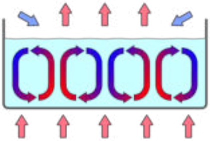
$\leftarrow$ Kedély Kende

… Normál Normant választotta.

Matematikus és kakaó

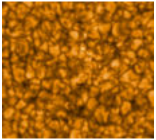
Deri Válma reggeli kakaója főzése közben szép mintázatra figyelt fel az edényben. Ez valójában ugyanaz a jelenség, mint a Föld légkörében vagy a Nap felszínén végbemenő fel- és leáramlás (konvekció).

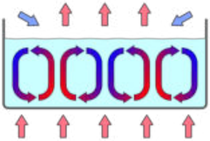


Matematikus és kakaó

Deri Válma reggeli kakaója főzése közben szép mintázatra figyelt fel az edényben. Ez valójában ugyanaz a jelenség, mint a Föld légkörében vagy a Nap felszínén végbemenő fel- és leáramlás (konvekció).





Lorenz-modell (Edward Lorenz, 1963)

$$x(t) = ? \qquad y(t) = ? \qquad z(t) = ?$$

$$\boxed{\begin{aligned} x'(t) &= a(y(t) - x(t)) \\ y'(t) &= x(t)(b - z(t)) - y(t) \\ z'(t) &= x(t)y(t) - cz(t) \end{aligned}}$$

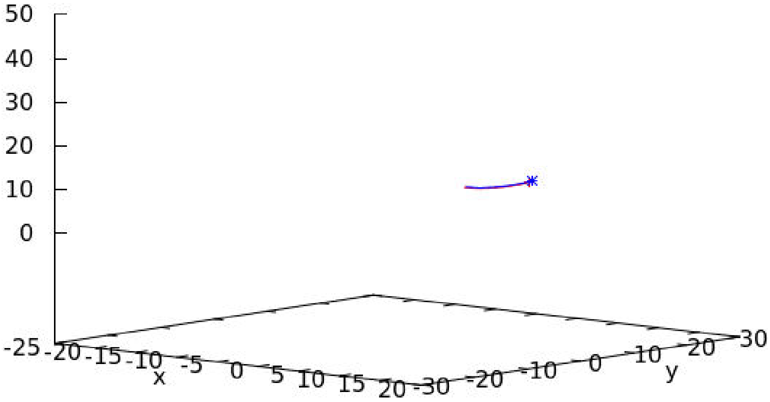
$$a = 10 \qquad b = \frac{8}{3} \qquad c = 28$$

Matematikus és kakaó

$$\text{Determinisztikus} \xrightarrow{\ ?\ } \text{előrejelezhető}$$

Matematikus és kakaó

Determinisztikus $\xrightarrow{?}$ előrejelezhető



Érzékenység a kezdeti feltételekre (kaotikus viselkedés. . .)

Matematikus és százszorszépek

Matematikus és százszorszépek

Mikor egy virágos mezőn sétáltak, Válma elmesélte Normannak a Százszorszépvilág néven ismertté vált modellt.

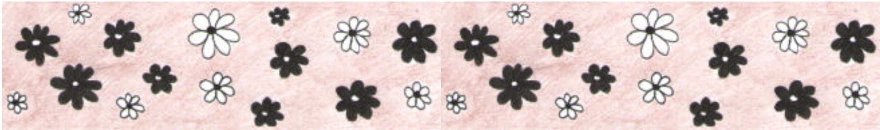
Matematikus és százszorszépek

A Gaia-elmélet szerint a Föld összes élő és élettelen része szorosan összefüggő, homeosztatikus rendszert alkot, azaz **változó** külső és belső körülmények mellett is képes **fenntartani** létezésének feltételeit.

(James Lovelock és Lynn Margulis, 1973)

Ennek illusztrálására: **Százszorszépvilág**, Daisyworld

(James Lovelock és Andrew Watson, 1983)



$A_1(t)$:  által befedett terület a t időpillanatban

$A_2(t)$:  által befedett terület a t időpillanatban

Matematikus és százszorszépek

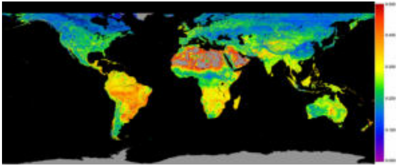
Sejtés:

A százszorszépek **változó** napsugárzás esetén is beállítják a nekik kedvező **állandó** hőmérsékletet, hiszen

- több  hűt (a fény nagy részét visszaveri)
- több  melegít (a fény nagy részét elnyeli)

Fényvisszaverő-képesség (albedo) értéke például:

$\alpha_0 = 50\%$		talaj
$\alpha_1 = 75\%$		világos
$\alpha_2 = 25\%$		sötét



Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

$$\boxed{\begin{aligned} A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\ A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big) \end{aligned}}$$

Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

 $= 1 -$  $-$ 

teljes albedo = területtel arányos albedok összege

napsugárzás hatása

különböző színű területek lokális hőmérséklete

növekedés optimális hőmérsékleten

$$\boxed{\begin{aligned} A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\ A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big) \end{aligned}}$$

Matematikus és százszorszépek

Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

 $= 1 -$  $-$ 

teljes albedo = területtel arányos albedok összege

napsugárzás hatása

különböző színű területek lokális hőmérséklete

$$\beta(T) = \begin{cases} 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2, & \text{ha } 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2 > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\ A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big) \end{aligned}}$$

Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

 $= 1 -$  $-$ 

teljes albedo = területtel arányos albedok összege

napsugárzás hatása

$$T_j = \left(q(\alpha - \alpha_j) + T_{\text{eff}}^4\right)^{1/4}, \quad j = 1, 2$$

$$\beta(T) = \begin{cases} 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2, & \text{ha } 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2 > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\ A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big) \end{aligned}}$$

Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

 $= 1 -$  $-$ 

teljes albedo = területtel arányos albedok összege

$$
\begin{cases}
T_{\text{eff}}^4 = \dfrac{SL(1-\alpha)}{\sigma} \\
T_j = \left(q(\alpha - \alpha_j) + T_{\text{eff}}^4\right)^{1/4}, \quad j = 1, 2 \\
\beta(T) = \begin{cases} 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2, & \text{ha } 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2 > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}
\end{cases}
$$

$$
\boxed{\begin{aligned}
A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\
A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big)
\end{aligned}}
$$

Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

 $= 1 -$  $-$ 

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 A_0 + \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 \\ T_{\text{eff}}^4 = \dfrac{S{\color{blue}L}(1-\alpha)}{\sigma} \\ T_j = \left(q(\alpha - \alpha_j) + T_{\text{eff}}^4\right)^{1/4}, \quad j = 1, 2 \\ \beta(T) = \begin{cases} 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2, & \text{ha } 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2 > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{aligned} A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\ A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big) \end{aligned}}$$

Matematikus és százszorszépek

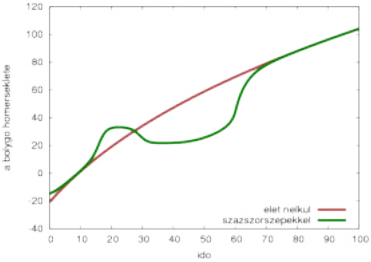
Százszorszépvilág (James Lovelock és Andrew Watson, 1983.)

$$
\begin{cases}
A_0 = 1 - A_1 - A_2 \\
\alpha = \alpha_0 A_0 + \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 \\
T_{\text{eff}}^4 = \dfrac{SL(1-\alpha)}{\sigma} \\
T_j = \left(q(\alpha - \alpha_j) + T_{\text{eff}}^4\right)^{1/4}, \quad j = 1, 2 \\
\beta(T) = \begin{cases} 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2, & \text{ha } 1 - k(T - T_{\text{opt}})^2 > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}
\end{cases}
$$

$$
\boxed{\begin{aligned}
A_1'(t) &= A_1(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_1) - \delta\big) \\
A_2'(t) &= A_2(t) \cdot \big(A_0(t) \cdot \beta(T_2) - \delta\big)
\end{aligned}}
$$

Matematikus és százszorszépek

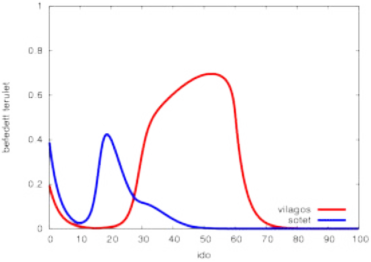
A Nap fényessége az idővel nő



Az **élet** hatása a hőmérsékletre:

élettelen Föld hőmérséklete

hőmérséklet százszorszépekkel



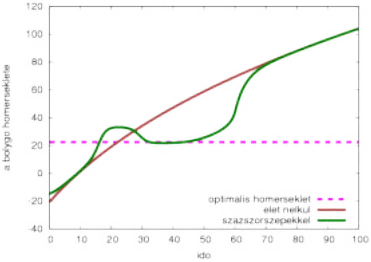
A befedett területek aránya:

világos 

sötét 

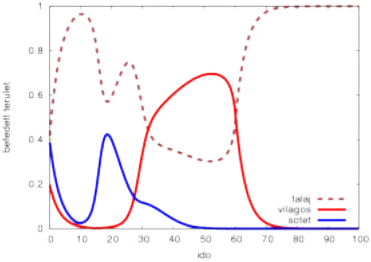
Matematikus és százszorszépek

A Nap fényessége az idővel nő



Az **élet** hatása a hőmérsékletre:

- optimális hőmérséklet
- élettelen Föld hőmérséklete
- hőmérséklet százszorszépekkel



A befedett területek aránya:

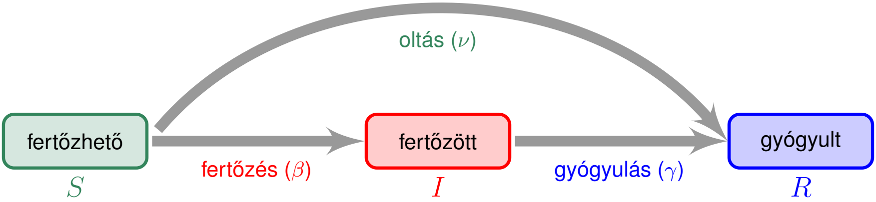
- talaj
- világos 
- sötét 

Matematikus és járvány

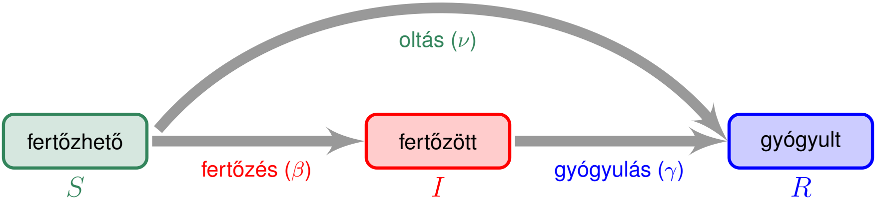
Matematikus és járvány

Közeledik Deri Válma és Normál Norman esküvője.
Sajnos aggasztó hírek terjednek egy közelgő járványról.
Hogyan határozza meg Válma az esküvő optimális időpontját?

Matematikus és járvány

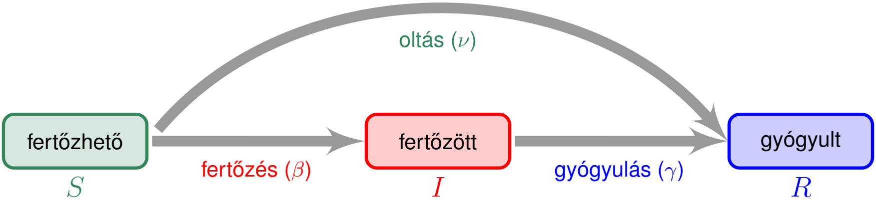


Matematikus és járvány

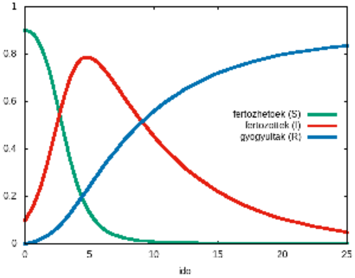


$$\begin{cases} S'(t) = -\beta S(t) I(t) - \nu S(t) \\ I'(t) = \beta S(t) I(t) - \gamma I(t) \\ R'(t) = \nu S(t) + \gamma I(t) \end{cases}$$

Matematikus és járvány



$$\begin{cases} S'(t) = -\beta S(t) I(t) - \nu S(t) \\ I'(t) = \beta S(t) I(t) - \gamma I(t) \\ R'(t) = \nu S(t) + \gamma I(t) \end{cases}$$

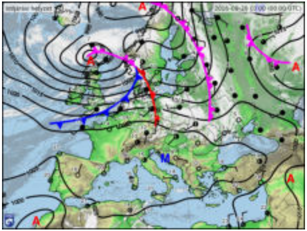


Matematikus és időjárás

Az esküvő tökéletes lebonyolítása érdekében Válma szeretné tudni, milyen idő lesz aznap.

Az alábbi mennyiségeket szeretné előrejelezni:

- T: hőmérséklet
- p: nyomás
- u: szélsebesség az egyik irányban (előre)
- v: szélsebesség a másik irányban (jobbra)
- w: szélsebesség a harmadik irányban (fel)
- ϱ: sűrűség
- q: relatív páratartalom



Mit tudunk a változások üteméről? **Vigyázat!**

Az ismeretlen függvények nemcsak az időtől, hanem a helytől is függnek.

Matematikus és időjárás

Ekkor minden irány szerint is tekinthetjük a változások ütemét:
ezek a parciális deriváltak. Például a $T(t,x,y,z)$ hőmérséklet esetén:

$\dfrac{\partial T}{\partial t}$: **idő** szerinti megváltozás üteme 

$\dfrac{\partial T}{\partial x}$: első irányba (**előre**) eső megváltozás üteme 

$\dfrac{\partial T}{\partial y}$: második irányba (**jobbra**) eső megváltozás üteme 

$\dfrac{\partial T}{\partial z}$: harmadik irányba (**fel**) eső megváltozás üteme 

Matematikus és időjárás

Ekkor minden irány szerint is tekinthetjük a változások ütemét:
ezek a parciális deriváltak. Például a $T(t, x, y, z)$ hőmérséklet esetén:

$\frac{\partial T}{\partial t}$: **idő** szerinti megváltozás üteme 

$\frac{\partial T}{\partial x}$: első irányba (**előre**) eső megváltozás üteme 

$\frac{\partial T}{\partial y}$: második irányba (**jobbra**) eső megváltozás üteme 

$\frac{\partial T}{\partial z}$: harmadik irányba (**fel**) eső megváltozás üteme 

Milyen információink vannak a rendszerről?

- Newton II. törvénye (mozgásegyenlet)
- megmaradási törvények (tömeg, energia, víz)
- állapotegyenlet (nyomás – sűrűség)

Egyszerű időjárás-előrejelző modell (Vilhelm Bjerknes, ∼1900)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} - \left(f + \frac{u\,\mathrm{tg}\,\varphi}{r}\right)v + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x} + F_x = 0$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \left(f + \frac{u\,\mathrm{tg}\,\varphi}{r}\right)u + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y} + F_y = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \varrho g = 0$$

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{\partial(\varrho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\varrho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\varrho w)}{\partial z} = 0$$

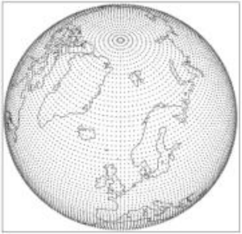
$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial(q u)}{\partial x} + \frac{\partial(q v)}{\partial y} + \frac{\partial(q w)}{\partial z} = \text{források} - \text{nyelők}$$

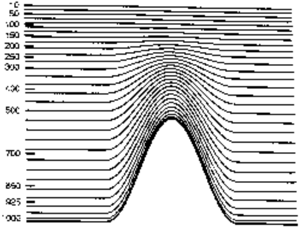
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} + w\frac{\partial T}{\partial z} + (\gamma - 1)T\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = \frac{Q}{c_p}$$

$$p = \varrho R T$$

Matematikus és időjárás

Európai Középtávú Időjárás-előrejelző Központ (Reading, Anglia)





Atos Sequana XH2000, 4 cluster

2,1 pebibyte (10^{50}) memória

1040384 processzormag

napi 278 terabyte (10^{12}) új adat

el is kell tárolni

… Deri Válma mai története itt végetért, de az előadások folytatódnak.

Kö$\int$zönöm a φgyelmet!