

Matematika Bsc záróvizsga-tematika a 2022. szeptemberében vagy később felvetteknek

Az a), b), c) részek külön tételnek számítanak.

1) *Algebra és számelmélet*

Komplex számok, polinomok gyökeinek száma test fölött. A számelmélet alaptétele számokra és polinomokra, euklideszi algoritmus, irreducibilitás, prímszámok. Kongruenciák, csoportelméleti vonatkozásaik. Mátrixcsoportok, permutációcsoportok, elemrend, faktorcsoporth. Algebrai és transzcendens számok, minimálpolinom.

2) *Lineáris algebra*

Lineáris egyenletrendszer, determináns. Vektortér, függetlenség, dimenzió. Lineáris leképezések és mátrixaik. Sajátérték, diagonalizálhatóság. Normális, unitér, önadjungált transzformációk, kvadratikus alakok.

3) *A matematika alapjai*

Naiv halmazelmélet. Az axiomatikus halmazelmélet alapjai. A kiválasztási axióma. Számosságok, műveletek számosságokon. Cantor tétele. "Ismert" halmazok számossága. A valós számok felépítése. Rendezés, jólrendezés. Kijelentéslogika, igazságfüggvények, igazságtáblázatok. Teljes diszjunktív normálforma. Teljes rendszerek. Következtetések, elsőrendű nyelvek.

4) *Analízis*

- (a) *Analízis - differenciálszámítás.* Egyváltozós folytonosság, határérték, elemi függvények; differenciálhatóság, függvényvizsgálat. Többváltozós differenciálhatóság, szélsőérték. Komplex differenciálhatóság.
- (b) *Analízis - integrálszámítás.* Egyváltozós primitív függvény, Riemann-integrál, terület és ívhossz. Többszörös integrál; vonalintegrál, potenciál. Lebesgue-mérték, L^p -terek, normált tér és Hilbert-tér fogalma.
- (c) *Analízis - végtelen sorok.* Számsorozatok és -sorok, függvénysorozatok és -sorok, hatványsor, Taylor-sor. Komplex függvények és hatványsorok, komplex exponenciális függvény. Fourier-sorok.

5) *Alkalmazott analízis (differenciálegyenletek és numerikus módszerek)*

- (a) *Közönséges differenciálegyenletek.* Egzisztencia és unicitás; egyszerű modellek. Lineáris differenciálegyenletek és -rendszerek megoldásainak előállítás, harmonikus rezgés. Stabilitási fogalmak.
- (b) *Parciális differenciálegyenletek és numerikus módszerek.* Kezdeti- és peremérték-feladatok fogalma. Fourier-módszer vegyes feladatokra. Lineáris és nemlineáris algebrai egyenletrendszerek iterációs megoldása. Differenciálegyenletek numerikus megoldása Euler-módszerrel.

6) *Geometria*

Vektorok használata: skaláris, vektoriális és vegyes szorzat. Vektortér irányítása. Konvexitás alapfogalmai, elválasztási tételek. Konvex halmazok Hausdorff-távolsága. Euler-féle poliédertétel. Az euklideszi tér, projektív sík. Kvaterniók és az $SO(3)$ csoport.

vagy (a major órát hallgatók számára)

Affin tér, projektív tér. Affin (algebrai) síkgörbék, projektív lezárás, projektív síkgörbék, duális görbe. Frenet-bázis, görbület.

Hiperbolikus sík geodetikus egyenesei, szögek a hiperbolikus sík félsíkmodelljében. A hiperbolikus sík izometriái, Möbius-csoport.

7) *Kombinatorika és kombinatorikus optimalizálás*

(a) Legrövidebb út feladatok (Dijkstra, Bellman-Ford), keresés, BFS, DFS

(b) Párosítások páros gráfokban, maximális súlyú eset, élszínezés

(c) Hálózati folyamatok, Menger-tétel, gráfok többszörös összefüggősége

8) *Operációkutatás*

Lineáris egyenlőtlenségrendszerek tulajdonságai, megoldása (bázismegoldások, erős bázismegoldások), alkalmazásai, lineáris optimalizálás. Politópok, kúpok, poliéderek és felbontási tételeik, dualitás, Farkas-lemma. Szimplex módszer. Teljesen unimoduláris mátrixok és alkalmazásaik.

9) *Számítástudomány (algoritmusok elemzése és bonyolultsága)*

(a) Véges automaták. Turing és RAM gépek. Eldönthetlenség. Bonyolultsági osztályok. NP-teljesség és visszavezetések.

(b) Dinamikus programozás. Adatstruktúrák. Rendezések. Gráfok tárolása és bejárása (szélességi és mélységi keresés). Legrövidebb út. Minimális költségű feszítőfák.

10) *Valószínűségszámítás és statisztika*

(a) Valószínűségi mező, valószínűségi változók, várható érték, szórás, kovariancia, korrelációs együttható. Valószínűségi változók konvergenciája, nagy számok törvénye, centrális határeloszlás-tétel.

(b) Becslések és tulajdonságaik (torzítatlanság, hatásosság, konzisztencia). Hipotézisvizsgálat, a normális eloszlás paramétereire vonatkozó próbák, χ^2 próbák.

Összeállította: Matematika alapszak Oktatási Bizottsága, ELTE TTK Matematika Intézet

Budapest, 2025. május 27.