

Matematika Bsc záróvizsga-tematika a 2022. szeptemberében vagy később felvetteknek

Az a), b), c) részek külön tételnek számítanak.

1) *Algebra és számelmélet*

Komplex számok, polinomok gyökeinek száma test fölött. A számelmélet alaptétele számokra és polinomokra, euklideszi algoritmus, irreducibilitás, prímszámok. Kongruenciák, csoportelméleti vonatkozásaik. Mátrixcsoportok, permutációcsoportok (orbit-stabilizátor tétel, kapcsolat az orbitok száma és fixpontok száma között), elemrend. Algebrai és transzcendens számok, minimálpolinom.

2) *Lineáris algebra*

Lineáris egyenletrendszer, determináns. Vektortér, függetlenség, dimenzió. Lineáris leképezések és mátrixaik. Sajátérték, diagonalizálhatóság. Normális, unitér, önadjungált transzformációk, kvadratikus alakok.

3) *A matematika alapjai*

Naiv halmazelmélet. Az axiomatikus halmazelmélet alapjai. A kiválasztási axióma. Számosságok, műveletek számosságokon. Cantor tétele. "Ismert" halmazok számossága. A valós számok felépítése. Rendezés, jólrendezés. Kijelentéslógika, igazságfüggvények, igazságtáblázatok. Teljes diszjunktív normálforma. Teljes rendszerek. Következtetések, elsőrendű nyelvek.

4) *Analízis*

(a) *Analízis - differenciálszámítás.* Egyváltozós folytonosság, határérték, differenciálhatóság. Többváltozós differenciálhatóság, szélsőérték. Komplex differenciálhatóság.

(b) *Analízis - integrálszámítás.* Egyváltozós primitív függvény, Riemann-integrál. Ívhossz, vonalintegrál, vektormező primitív függvénye. Többszörös integrál, Lebesgue-mérték, L^p -terek, normált tér és Hilbert-tér fogalma.

(c) *Analízis - végtelen sorok.* Számsorozatok és -sorok, függvénysorozatok és -sorok, hatványsor, Taylor-sor. Komplex függvények és hatványsorok. Fourier-sorok.

5) *Alkalmazott analízis (differenciálegyenletek és numerikus módszerek)*

(a) *Közönséges differenciálegyenletek.* Alappéldák (radioaktív bomlás, harmonikus rezgés, zsákmány-ragadozó modell). Egzisztencia és unicitás. Szétválasztható típusú és inhomogén lineáris differenciálegyenletek és rendszerek megoldásának előállítása. Autonóm egyenletek stabilitási fogalmai. Az origó stabilitása lineáris esetben.

(b) *Parciális differenciálegyenletek és numerikus módszerek.* Kezdeti- és peremérték-feladatok fogalma. Fourier-módszer vegyes feladatokra. Lineáris és nemlineáris algebrai egyenletrendszerek iterációs megoldása. Differenciálegyenletek numerikus megoldása Euler-módszerrel.

6) *Geometria*

Vektorok használata: skaláris, vektoriális és vegyes szorzat. Vektortér irányítása. Konvexitás alapfogalmai, elválasztási tételek. Kompakt konvex halmazok Hausdorff-távolsága. Euler-féle poliédertétel. Az euklideszi tér, projektív sík. Kvaterniók és az $SO(3)$ csoport.

vagy (választható az ezeket a témaköröket lefedő major órát hallgatók számára)

Affin tér, projektív tér. Affin (algebrai) síkgörbék, projektív lezárás, projektív síkgörbék, duális görbe. Frenet-bázis, görbület.

Hiperbolikus sík geodetikus egyenesei, szögek a hiperbolikus sík félsíkmodelljében. A hiperbolikus sík izometriái, Möbius-csoport.

7) *Kombinatorika és kombinatorikus optimalizálás*

(a) Legrövidebb út feladatok (Dijkstra, Bellman-Ford), BFS, DFS

(b) Párosítások páros gráfokban, maximális súlyú eset, élszínezés

(c) Hálózati folyamatok, Menger-tétel, gráfok többszörös összefüggősége

8) *Operációkutatás*

Lineáris egyenlőtlenségrendszerek tulajdonságai, megoldása (bázismegoldások, erős bázismegoldások), alkalmazásai, lineáris optimalizálás. Politópok, kúpok, poliéderek és felbontási tételeik, dualitás, Farkas-lemma. Szimplex módszer. Teljesen unimoduláris mátrixok és alkalmazásaik.

9) *Számítástudomány (algoritmusok elemzése és bonyolultsága)*

(a) Véges automaták. Turing és RAM gépek. Eldönthetlenség. Bonyolultsági osztályok. NP-teljesség és visszavezetések.

(b) Dinamikus programozás. Adatstruktúrák. Rendezések. Minimális költségű feszítőfák.

10) *Valószínűségszámítás és statisztika*

(a) Valószínűségi mező, valószínűségi változók, várható érték, szórás, kovariancia, korrelációs együttható. Valószínűségi változók konvergenciája, nagy számok törvénye, centrális határeloszlás-tétel.

(b) Becslések és tulajdonságaik (torzítatlanság, hatásosság, konzisztencia). Hipotézisvizsgálat, a normális eloszlás paramétereire vonatkozó próbák, χ^2 próbák.

Összeállította: Matematika alapszak Oktatási Bizottsága, ELTE TTK Matematikai Intézet

Budapest, 2026. április 21.